

Frankfurt 1900

A Schmidt

Energieverteilung und Dosisleistung der
 γ -Strahlung radioaktiver Wolken über der
Erdoberfläche

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades

der

Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Johann Wolfgang Goethe-Universität

zu Frankfurt am Main

vorgelegt von

Anton Schmidt

aus Kiedrich

Frankfurt am Main, 1968

Gedruckt mit Genehmigung der
Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität
Frankfurt am Main



Dekan: Prof. Dr. W. Martienssen
Erster Berichterstatter: Prof. Dr. E. Schopper
Zweiter Berichterstatter: Prof. Dr. H. Dänzer

Tag der mündlichen Prüfung: 1. Juli 1968

Zusammenfassung	1
1. Einleitung	2
2. Die Transportgleichung und ihre Lösungsmöglichkeiten	4
3. Die Monte-Carlo-Methode	7
3.1 Allgemeines	7
3.2 Die Wechselwirkungsprozesse	8
3.3 Prinzip einer Monte-Carlo-Rechnung	9
4. Monte-Carlo-Programm für eine isotrope Punktquelle im unendlich ausgedehnten homogenen Raum	10
4.1 Punktförmige und räumliche Gamma-Strahlungsquellen	10
4.2 Die isotrope Punktquelle	12
4.3 Berechnung der Wirkungsquerschnitte	12
4.4 Bestimmung der Entfernung zwischen den Stoßpunkten	13
4.5 Bestimmung der Art der Wechselwirkung	14
4.6 Bestimmung der Energie und Winkel nach der Compton-Streuung	15
4.7 Bestimmung des Photonenflusses	17
5. Verfahren zur Vergrößerung des Wirkungsgrades der Monte-Carlo-Rechnung	18
5.1 Problemstellung	18
5.2 Die analytische Mittelung	19
5.3 Biased sampling	20
5.3.1 Theorie	20
5.3.2 Anwendung bei der Auswahl der Entfernung zwischen den Stoßpunkten	21
5.3.3 Anwendung bei der Auswahl der Energie nach der Compton-Streuung	22
5.3.4 Anwendung bei der Berechnung von Photonenspektren in geringen Eindringtiefen	23
5.4 Die Exponentialtransformation	25

	<u>Seite</u>
6. Monte-Carlo-Programm für eine Punktquelle im inhomogenen Raum	25
6.1 Einleitung	25
6.2 Berechnung des Photonenflusses durch einen kugelförmigen Detektor	26
7. Spezielle Monte-Carlo-Programme	27
8. Messungen	28
9. Ergebnisse und ihre Diskussion	29
9.1 Radioaktive Wolken im unendlich ausgedehnten homogenen Raum	29
9.1.1 Energieverteilung, Dosisleistung und Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle	30
9.1.2 Energieverteilung und Dosisleistung einer kugelförmigen Wolke	34
9.1.3 Energieverteilung und Dosisleistung einer ellipsoidförmigen Wolke	37
9.2 Radioaktive Wolken über der Erdoberfläche	38
9.2.1 Energieverteilung, Dosisleistung und Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle über der Erdoberfläche	38
9.2.2 Energieverteilung und Dosisleistung einer radioaktiven Wolke über der Erdoberfläche	44
9.3 Zusammengefaßtes Ergebnis	45
Literaturverzeichnis	48

Z u s a m m e n f a s s u n g

=====

Die Energieverteilung der Gammastrahlung einer radioaktiven Wolke wurde mit Monte-Carlo-Methoden berechnet und experimentell bestimmt. Als Streumedium wurde zunächst ein homogenes, unendlich ausgedehntes Luft- bzw. Wasservolumen vorausgesetzt. Streuspektren punktförmiger Gammastrahlungsquellen in Abhängigkeit von der Entfernung vom Quellpunkt wurden berechnet. Durch Integration wurden die Streuspektren der Gammastrahlung radioaktiver Wolken verschiedener Größe und Gestalt ermittelt und aus diesen wiederum durch weitere Integrationen die entsprechenden Dosisleistungen gewonnen.

Streuspektren der Gammastrahlung radioaktiver Wolken wurden an der Wassertankanlage des Instituts für Kernphysik, Frankfurt/Main, gemessen. Die Wolken wurden durch einen mit radioaktiver Lösung gefüllten Plastiksack, der im Wasser in verschiedener Entfernung vom Detektor angeordnet war, simuliert. Die Energieverteilungen wurden aus den Impulshöhenverteilungen eines NaJ(Tl)-Szintillationszählers mit Matrixinversion bestimmt.

Die gemessenen Werte wurden mit den berechneten Spektren und Dosisleistungen verglichen. Es ergibt sich befriedigende Übereinstimmung, auch mit einigen Dosisangaben aus der Literatur.

Mit weiteren Monte-Carlo-Programmen wurden Streuspektren und Dosisleistungen der Gammastrahlung radioaktiver Wolken über der Erdoberfläche berechnet. Sie werden mit den entsprechenden Werten für ein unendlich ausgedehntes Luftvolumen verglichen, um den Einfluß der Erde auf die Ausbreitung der Gammastrahlen in Luft zu untersuchen. Die Ergebnisse sind im Hinblick auf die Strahlenbelastung der Bevölkerung in der Umgebung von Kernenergieanlagen, bei denen die Abgabe radioaktiver Substanzen möglich ist, von Bedeutung.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545303_0044

1. Einleitung

Beim Betrieb mancher ~~Kernreaktoren~~ werden mit der Abluft radioaktive Gase, insbesondere A^{41} , in die Atmosphäre abgegeben. Dabei bilden sich radioaktive Wolken, die in der Umgebung der Kernenergieanlage eine Gamma-Dosisleistung erzeugen, der die in der Nähe wohnende Bevölkerung ausgesetzt ist. Es ist daher von Bedeutung, die Strahlenbelastung der Bevölkerung rechnerisch ermitteln zu können.

Als Folge eines schweren Reaktorunfalls können erhebliche Mengen gas- oder staubförmiger radioaktiver Stoffe in die Umgebung freigesetzt werden. Der Gehalt an radioaktiven Substanzen in der Atmosphäre der Umgebung der Reaktoranlage nach dem Eintritt eines großen Unfalls führt zu einer äußeren Strahlenbelastung und zur Inkorporation radioaktiver Stoffe bei Personen, die sich in der Nähe des Reaktors befinden. Infolge der relativ großen Reichweite der Gammastrahlung können auch Personen von den Wirkungen radioaktiver Stoffe mitbetroffen werden, die sich nicht im Bereich der eigentlichen Wolke aufhalten. Deshalb ist die Ermittlung der Strahlendosis, die durch diese Wolken verursacht wird, von grundsätzlicher Wichtigkeit. Die während des Normalbetriebs und bei Störfällen zu erwartende radiologische Belastung der Umgebung ist auch für die Wahl des Standorts einer Kernenergieanlage von entscheidender Bedeutung.

Die Dosisleistung, die die in die Atmosphäre abgegebenen radioaktiven Stoffe verursachen, wird in der Literatur in zwei Schritten berechnet. Einmal wird die Bildung von radioaktiven Wolken und ihre Ausbreitung infolge des Transports und der turbulenten Diffusion untersucht (1, 2, 3). Dies ist ein vorwiegend meteorologisches Problem und wird in der vorliegenden Arbeit nicht betrachtet.

Das andere Problem besteht in der Berechnung der Dosis einer gegebenen radioaktiven Wolke bestimmter Größe und Gesamtaktivität über der Erdoberfläche. Außerdem ist die Kenntnis der Spektralverteilung (Energieverteilung) der Gammastrahlung

von Interesse, der die Bevölkerung ausgesetzt ist. Denn die Konversion der Dosis in Luft (Röntgen) in die Dosis im Gewebe (rad) hängt von der Energie der Strahlung ab. Auch für einen zweckmäßigen Strahlenschutz muß die Energieverteilung der abzuschirmenden Strahlung bekannt sein.

In der Literatur (1, 2, 3) findet man Angaben über die Dosisleistungen radioaktiver Wolken über der Erdoberfläche. Angaben über die entsprechenden Energieverteilungen liegen dagegen nicht vor. Ein Grund dafür dürfte die Tatsache sein, daß man die Dosisleistung relativ leicht mit Hilfe des Buildup-Faktors für eine isotrope Punktquelle im unendlich ausgedehnten Raum und mit Grenzkorrekturfaktoren berechnen kann, durch die die Grenze Luft-Erde berücksichtigt werden kann. Die Bestimmung der Energieverteilungen der Streustrahlung radioaktiver Wolken ist wesentlich schwieriger.

In der vorliegenden Arbeit werden die Energieverteilung und die Dosisleistung der Gammastrahlung radioaktiver Wolken experimentell und theoretisch bestimmt. Es werden zunächst einige häufig verwendete Größen definiert und Methoden diskutiert, die zur Berechnung der Energieverteilung der Streustrahlung einer Gamma-Strahlungsquelle verwendet werden können. Es zeigt sich, daß die Monte-Carlo-Methode für die Ermittlung der Energiespektren radioaktiver Wolken geeignet ist.

Deshalb werden die Energiespektren der radioaktiven Wolken mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode berechnet, und zwar einmal direkt und zweitens über Integrationen von Punktquellenspektren. Bei der Messung wird die Luft durch Wasser ersetzt und die Wolke durch eine radioaktive Lösung simuliert.

Die Dosisleistung wird auf zwei Arten berechnet, durch Integration über das Energiespektrum und mit Hilfe des Buildup-Faktors.

Zur Vereinfachung des Problems wird zunächst angenommen, daß sich die Wolke in einem unendlich ausgedehnten, homogenen und isotropen Medium befinde. Es schließen sich Unter-

suchungen des Einflusses an, den die Grenze Luft-Erde auf die Energiespektren und Dosisleistungen punktförmiger Gamma-Strahlungsquellen ausübt. Aus den Spektren isotroper Punktquellen in Luft über der Erdoberfläche werden dann durch Integrationen die Energieverteilungen und Dosisleistungen radioaktiver Wolken über der Erdoberfläche ermittelt.

2. Die Transportgleichung und ihre Lösungsmöglichkeiten

Die mathematische Formulierung der Ausbreitung der Gammastrahlung in einem beliebigen Medium ist durch die zeitunabhängige Transportgleichung, auch Boltzmann-Gleichung genannt, gegeben (4, 5).

$$\begin{aligned} \vec{r} \cdot \text{grad } N(\vec{r}, \Omega, E) + \mu(E) \cdot N(\vec{r}, \Omega, E) = \\ = \int_{E_0}^E \int_{4\pi} \Sigma_S(E', \Omega' \rightarrow E, \Omega) N(\vec{r}, \Omega', E') d\Omega' dE' + S(\vec{r}, \Omega, E) \end{aligned} \quad (2.1)$$

dabei bedeuten:

$\vec{r}$	= Radiusvektor
Ω	= Einheitsvektor in der Flugrichtung der Photonen
E	= Energie der Photonen in MeV
E_0	= Primärenenergie der Photonen in MeV
$\mu(E)$	= totaler linearer Abschwächungskoeffizient in cm^{-1}
$\Sigma_S(E', \Omega' \rightarrow E, \Omega)$	= differentieller makroskopischer Streuquerschnitt in $\text{cm}^{-1} \text{MeV}^{-1}$
$S(\vec{r}, \Omega, E)$	= Quelldichte der Gammaquanten je Energie- und Winkelintervall, Quanten $\text{cm}^{-3} \text{sec}^{-1} \text{MeV}^{-1}$
$N(\vec{r}, \Omega, E)$	= Teilchenflußdichte der Gammaquanten je Energie- und Winkelintervall, Quanten $\text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1} \text{MeV}^{-1}$

Die Teilchenflußdichte $N(\vec{r}, \Omega, E)$, die auch differentieller Photonenfluß genannt wird, ist so definiert, daß

$$N(\vec{r}, \Omega, E) dE d\Omega$$

die Zahl der Photonen mit Energien zwischen E und $E+dE$ und Bewegungsrichtungen im Raumwinkelement $d\Omega$ um den Vektor Ω ist, die pro Zeiteinheit im Punkte $\vec{r}$ die normal zur Bewegungsrichtung liegende Einheitsfläche durchsetzen.

Außer dem differentiellen Photonenfluß interessiert bei der Abschirmung von Gammastrahlung die durch die Strahlung transportierte Energie. Man definiert

$$\begin{aligned} I(\vec{r}, \Omega, E) &= E \cdot N(\vec{r}, \Omega, E) \\ &= \text{Energieflußdichte der Gammastrahlung je} \\ &\quad \text{Energie- und Winkelintervall, MeV cm}^{-2} \\ &\quad \text{sec}^{-1} \text{ MeV}^{-1} = \text{cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \end{aligned}$$

Die Winkelintegrale

$$N(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} N(\vec{r}, \Omega, E) d\Omega \quad \text{bzw.} \quad I(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \Omega, E) d\Omega$$

nennt man Photonenspektrum (Photonenfluß) bzw. Energiespektrum (Energieverteilung). Bezieht man sich nur auf die Streustrahlung, so spricht man von dem Streuspektrum der Gammastrahlung.

Um die Transportgleichung (2.1) zu vereinfachen, führt man anstatt der dimensionsbehafteten Größen dimensionslose Parameter ein. An die Stelle des Betrages des Radiusvektors tritt die sogenannte Relaxationslänge oder mittlere freie Weglänge (mfp) der Photonen. Diese Größe ist gleich der Dicke des Mediums, welche die Strahlung auf $e^{-1} = 0,368$ reduziert.

Die Boltzmann-Gleichung (2.1) ist eine lineare inhomogene Integro-Differentialgleichung. Sie muß durch eine Grenzbedingung vervollständigt werden, welche den Photonenfluß beschreibt, der auf den interessierenden Raumteil einfällt. Nur wenn der gesamte Raum betrachtet wird, ist diese Bedingung einfach; denn der einfallende Teilchenfluß verschwindet, da es keine externen Strahlungsquellen gibt.

Bei der Lösung der Boltzmann-Gleichung werden die Translations- und Rotationsinvarianzen ausgenutzt, um die entsprechenden Variablen zu separieren. Die Lösung für das unendlich ausgedehnte homogene Medium ist viel einfacher als jeder andere Fall, da der Photonenfluß nur eine Funktion einer Raumvariablen ist. Die Gegenwart von Grenzen oder anderen Heterogenitäten reduziert die in dem Problem enthaltene Symmetrie und stellt daher eine zusätzliche Schwierigkeit bei der Lösung der Transportgleichung dar.

Bei der Berechnung des Transportes von Gammastrahlen in Materie müssen im allgemeinen vereinfachende Voraussetzungen gemacht werden. Der Raum wird meist als homogen und unendlich ausgedehnt angenommen. Als Gamma-Strahlungsquellen werden in der Literatur (6), abgesehen von einigen Spezialfällen, punktförmige Quellen, unendlich ausgedehnte Flächenquellen und gleichförmig im ganzen Raum verteilte Quellen behandelt.

Die Gamma-Strahlungsquellen, die in dieser Arbeit betrachtet werden, haben eine endliche Ausdehnung, die bei der Berechnung der Energieverteilung und der Dosis nicht zu vernachlässigen ist.

Als mögliche Methoden zur Bestimmung der Energieverteilung der Streustrahlung einer räumlich ausgedehnten Gamma-Strahlungsquelle in einem Medium bieten sich die Momentenmethode (5) und die Monte-Carlo-Methode (7) an. Die Momentenmethode ist wie alle anderen analytischen Verfahren zur Lösung der Boltzmannschen Transportgleichung bei der direkten Berechnung der Energieverteilung einer endlich ausgedehnten Volumenquelle in einem Raum mit einer Grenze wenig brauchbar, da die Randbedingungen nicht oder nur mit großem Aufwand analytisch dargestellt werden können. Mit der Monte-Carlo-Methode dagegen kann man auch Probleme mit komplizierten Randbedingungen lösen.

Aus diesem Grund wurde die Energieverteilung der Gammastrahlung radioaktiver Wolken mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode berechnet. Im folgenden wird auf diese Methode und die damit verbundenen Rechenprogramme ausführlich eingegangen.

3. Die Monte-Carlo-Methode

3.1 Allgemeines

Man kann die Monte-Carlo-Methode im Hinblick auf die Lösung von Photonen-Transportproblemen als ein theoretisches Experiment ansehen. In einem solchen Experiment wird die "Lebensgeschichte" einer großen Zahl von Photonen von ihrer "Geburt" in der Quelle bis zu ihrem "Tod" durch Absorption mathematisch simuliert. Die Photonen können auf ihrem "Lebensweg" mit den Atomen des Transportmediums in Wechselwirkung treten.

Wenn man eine Teilchengeschichte erzeugen will, muß man über die Arten der Wechselwirkungen und ihre Konsequenzen auf die weitere Ausbreitung der Photonen Bescheid wissen, d.h. die Gesetze der elementaren Stöße müssen aus Experimenten bekannt sein oder zuvor theoretisch bestimmt werden.

Der Zustand eines Photons wird durch einen Satz von Koordinaten $(\vec{r}, \Omega, E)$ beschrieben. Dabei bedeuten $\vec{r}$ den Radiusvektor des Photons, Ω seine Richtung in Bezug auf die Achsen eines Koordinatensystems und E seine Energie. Die Koordinaten ändern sich im allgemeinen von Wechselwirkung zu Wechselwirkung. Daher ist es zweckmäßig, den Zustand eines Photons nach der n -ten Wechselwirkung mit $(\vec{r}_n, \Omega_n, E_n)$ zu bezeichnen. Eine Photonenlebensgeschichte besteht aus einer Folge von Zuständen $(\vec{r}_0, \Omega_0, E_0), (\vec{r}_1, \Omega_1, E_1), \dots, (\vec{r}_N, \Omega_N, E_N)$, wobei $\vec{r}_0$ der Quellort des Photons, Ω_0 seine Emissionsrichtung aus der Quelle und E_0 seine Emissionsenergie bedeuten.

Einige der Koordinaten, welche den Zustand eines Teilchens beschreiben, werden innerhalb des Monte-Carlo-Programms analytisch berechnet; die anderen, Zufallsvariable genannt, werden durch statistische Auswahl aus der physikalisch vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung bestimmt.

Durch Auswahl spezieller Werte der Zufallsvariablen kann eine Photonen-Lebensgeschichte erzeugt werden. Aus solchen Lebensgeschichten werden die Photonenflüsse an den gewünsch-

ten Orten innerhalb des Transportmediums bestimmt. Die Mittelwerte der Flüsse - aus allen Photonengeschichten - können dann benutzt werden, um die Energiespektren und Buildup-Faktoren bei verschiedenen Eindringtiefen in dem Medium zu ermitteln.

Wie oben erwähnt, werden die Ereignisse im Leben eines Photons durch seine Wechselwirkungen mit den Atomen des Mediums bestimmt. Auf die Arten der Wechselwirkungen wird im folgenden näher eingegangen.

3.2 Die Wechselwirkungsprozesse

Beim Durchgang von Gammastrahlung durch Materie können Wechselwirkungsprozesse sowohl an den Hüllenelektronen als auch an den Kernen der Materie auftreten. Es sind die folgenden, an Hüllenelektronen stattfindenden Elementarprozesse: Absorption eines Gamma-Quants mit unmittelbar folgender Emission eines Hüllenelektrons ("photoelektrischer Effekt") und inelastische Streuung eines Gamma-Quants an einem Hüllenelektron ("Compton-Streuung").

Der wichtigste, im Kern-Coulomb-Feld auftretende Elementarprozeß ist die Bildung eines Elektron-Positron-Paares ("Paarbildung"). Andere Wechselwirkungsprozesse finden unter den unten genannten Bedingungen mit geringer Häufigkeit statt. Insbesondere wird im folgenden die elastische Streuung ("Rayleigh-Streuung") vernachlässigt.

Der totale Wirkungsquerschnitt eines Materials für Photonen der Energie E , $\mu(E)$, setzt sich daher aus den partiellen Wirkungsquerschnitten für Photoeffekt $\sigma_p(E)$, Comptoneffekt $\sigma_c(E)$ und Paarbildung $\kappa(E)$ zusammen.

In der vorliegenden Arbeit wird die Ausbreitung von Gammastrahlung in Medien mit kleiner Ordnungszahl Z untersucht (Wasser, Luft, Erde). Vergleicht man die relativen Wirkungsquerschnitte für die verschiedenen Wechselwirkungsprozesse in solchen Medien, also die Größen $\sigma_p(E)/\mu(E)$, $\sigma_c(E)/\mu(E)$ und $\kappa(E)/\mu(E)$, so erkennt man, daß der photo-

elektrische Effekt bei Energien über etwa 200 keV praktisch nicht auftritt. Im Energiebereich zwischen 200 keV und 2 MeV tritt in diesen Medien fast ausschließlich Compton-Streuung auf; man nennt daher solche Medien "Compton-Streuer". Paarbildung muß erst bei Energien oberhalb etwa 2 MeV berücksichtigt werden.

Die Abschwächungseigenschaften eines Mediums für Gammastrahlung werden durch die partiellen Photonen-Wechselwirkungsquerschnitte und den differentiellen Wirkungsquerschnitt für inelastische Streuung $d\sigma_c/dE$ vollständig beschrieben. Kennt man die Energieabhängigkeit dieser Größen, so kann man eine Monte-Carlo-Rechnung durchführen.

3.3 Prinzip einer Monte-Carlo-Rechnung

Fig. 1 zeigt das Flußdiagramm eines Monte-Carlo-Rechenprogramms (siehe Seite 11).

Gemäß dieser Abbildung muß zunächst der Zustand des Photons bei der Emission aus der Quelle festgesetzt werden. $\vec{r}_0$ sei der Quellort. Die Emissionsrichtung des Photons Ω_0 wird durch den Azimutalwinkel ϕ und den Polarwinkel θ in Bezug auf ein sphärisches Koordinatensystem mit der z-Achse als Polarachse festgelegt. Bei einer isotropen Quelle müssen θ und ϕ durch ein geeignetes Verfahren aus der isotropen Verteilung ausgewählt werden. E_0 , die Quell- oder Primärenergie des Photons, ist bei monoenergetischen Quellen, die in dieser Arbeit behandelt werden, eine Konstante.

Anschließend werden die Wirkungsquerschnitte bei der Energie E_0 berechnet und die Entfernung bis zum ersten Stoßpunkt bestimmt. Dies geschieht durch Auswahl aus der dazugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung, die eine Funktion der Dichte des Mediums und des totalen mikroskopischen Wirkungsquerschnittes ist.

Als nächstes wird festgelegt, ob der Stoß eine photoelektrische Absorption oder eine inelastische Streuung darstellt. (Paarbildung wird nicht berücksichtigt, da die Primärenergie unterhalb 2 MeV liegt.) Die Wahrscheinlichkeit für einen der

beiden Prozesse wird durch das Verhältnis seines Wirkungsquerschnittes zum totalen Wirkungsquerschnitt gegeben.

Liegt eine photoelektrische Absorption vor, so ist die Photongeschichte beendet und ein weiteres Photon kann "gestartet" werden. Ist der Wechselwirkungsprozeß eine inelastische Streuung, so wird die Energie nach dem Stoß durch Auswahl aus der Wahrscheinlichkeits-Dichtefunktion $d\sigma_c/dE$ bestimmt (siehe Abschnitt 4.6). Aus der Energie vor und nach der Streuung folgt eindeutig der polare Streuwinkel ω . Der azimutale Streuwinkel ψ ist bei unpolarisierten Photonen gleichförmig verteilt und wird durch Auswahl aus der isotropen Verteilung gewonnen. Mit den Winkeln ω und ψ ist die neue Richtung des Photons festgelegt. Nach der Berechnung der neuen Wirkungsquerschnitte kann der Ort und die Art der nächsten Wechselwirkung bestimmt werden.

Hiermit ist das Schema festgelegt. Zur Aufstellung eines Monte-Carlo-Rechenprogramms benötigt man noch die Berechnung des Photonenflusses und eine Angabe über die Berechnung der Wirkungsquerschnitte und der Auswahl aus den Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Dies wird im folgenden Kapitel ausführlich an Hand des Monte-Carlo-Programms für eine isotrope Punktquelle im unendlich ausgedehnten homogenen Raum behandelt.

4. Monte-Carlo-Programm für eine isotrope Punktquelle im unendlich ausgedehnten homogenen Raum

4.1 Punktförmige und räumlich gamma-Strahlungsquellen

Das Ziel dieser Arbeit ist die Bestimmung der Energieverteilungen und Dosisleistungen radioaktiver Wolken über der Erdoberfläche. Dazu gibt es zwei Verfahren. Die direkte Anwendung der Monte-Carlo-Methode erfordert für Wolken verschiedener Größe jeweils eine separate Durchführung der Rechnungen, da die Randwerte des Problems (Quellenparameter) verschieden sind (siehe Flußdiagramm Fig. 1).

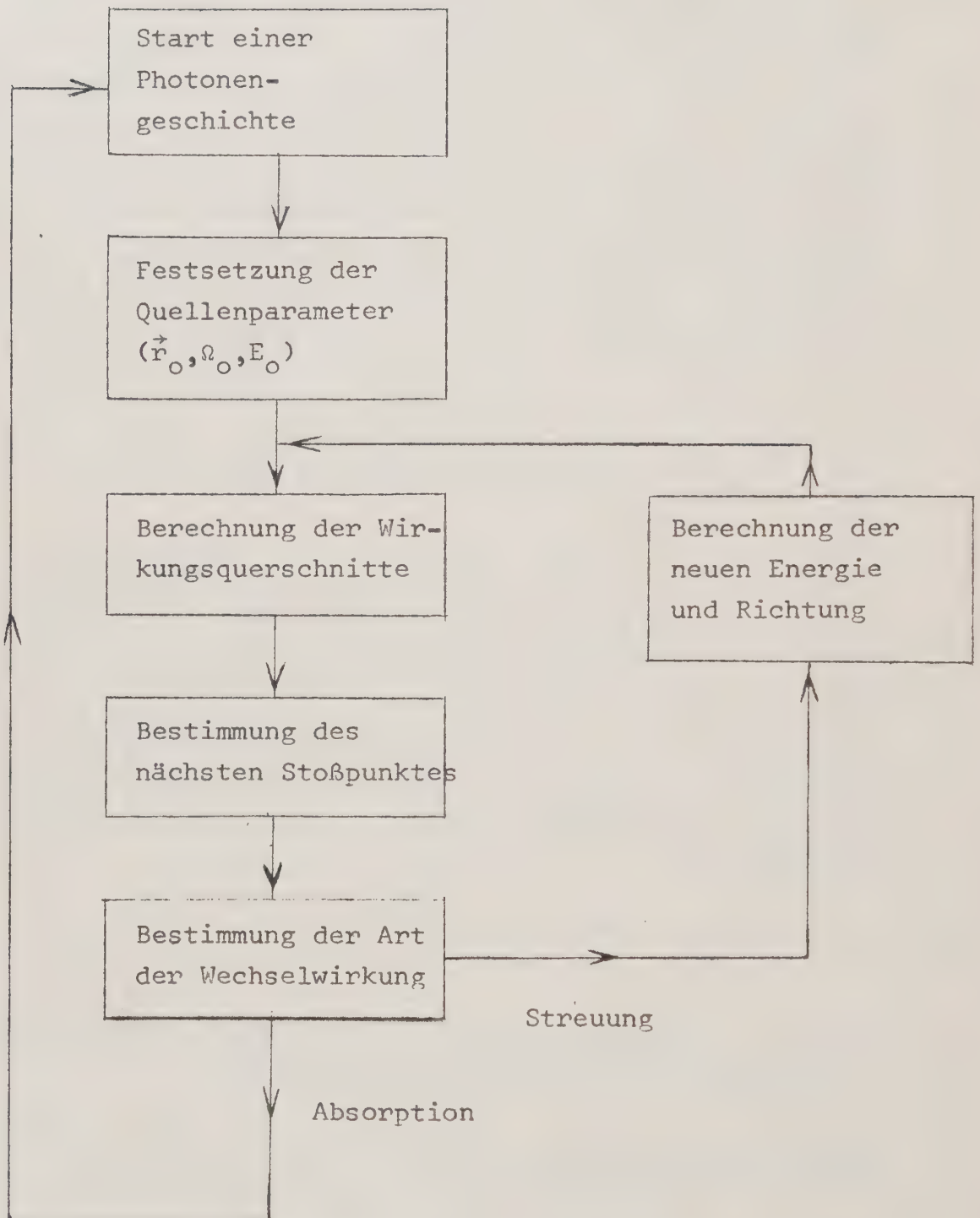


Fig. 1: Flußdiagramm zur Veranschaulichung des Prinzips eines Monte-Carlo-Programms

Diesen Nachteil kann man vermeiden, indem man Punktquellen-spektren berechnet und nachträglich aus ihnen durch Integrationen Spektren ausgedehnter Volumenquellen aufbaut (siehe Kapitel 9). Dementsprechend müssen zunächst die Energiespektren isotroper Punktquellen für eine größere Zahl von Entfernungen zwischen Quelle und Beobachtungspunkt berechnet werden. Um das Problem zu vereinfachen, wurde das Streumedium als homogen und unendlich ausgedehnt angenommen. Die folgenden Abschnitte ergänzen das in Fig. 1 gezeigte Flußdiagramm für diesen Fall. (Programm "MCISPT")

4.2 Die isotrope Punktquelle

Als Ort der punktförmigen Gamma-Strahlungsquelle kann der Ursprung eines cartesischen Koordinatensystems gewählt werden ($\vec{r}_0 = 0$). Für eine monoenergetische Quelle ist E_0 eine Konstante. Die Emissionswinkel θ und ϕ werden mit Hilfe von Zufallszahlen aus der isotropen Verteilung ausgewählt. Hierzu wird das von v. Neumann (7) vorgeschlagene Verfahren verwendet. Die Zufallszahlen wurden mit Hilfe des Unterprogramms "ZUFL" bestimmt, das vom Deutschen Rechenzentrum in Darmstadt zur Verfügung gestellt wurde.

4.3 Berechnung der Wirkungsquerschnitte

a) Der Wirkungsquerschnitt für Photoeffekt

Der Wirkungsquerschnitt für Photoeffekt ist eine komplizierte Funktion der Energie und seine exakte Berechnung würde erhebliche Rechenzeiten in Anspruch nehmen. Deshalb werden Werte von $\sigma_p(E)$ für 24 Energien über Datenkarten in die Rechananlage eingelesen. Soll der Wirkungsquerschnitt für Photoeffekt für eine bestimmte Energie E' berechnet werden, so wird zwischen den beiden eingelesenen Energiewerten linear interpoliert, zwischen denen die Energie E' liegt (Unterprogramm "LINEAL"). Ein Test ergab, daß die so ermittelten Werte für $\sigma_p(E)$ auf etwa 1% mit denjenigen aus der Literatur (8) übereinstimmen.

b) Der Wirkungsquerschnitt für Compton-Effekt

Den totalen mikroskopischen Wirkungsquerschnitt für einen Comptonstoß erhält man aus der Klein-Nishina-Formel (9),

$$\sigma_c(\alpha) = 2\pi r_0^2 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left| \frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1+2\alpha) \right| + \right. \\ \left. + \frac{1}{2\alpha} \ln(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right\} \frac{\text{cm}^2}{\text{Elektron}} \quad (4.1)$$

α ist die Photonenenergie in Einheiten des Energieäquivalents der Elektron-Ruhemasse und r_0 der klassische Elektronenradius. Den makroskopischen Compton-Wirkungsquerschnitt erhält man aus der Gleichung (4.1) durch Multiplikation mit der Elektronendichte des Materials.

Die Gleichung (4.1) ist relativ kompliziert und ihre Verwendung erfordert eine große Rechenzeit. Deshalb wird für die Berechnung des Compton-Wirkungsquerschnittes statt der Klein-Nishina-Formel (Gl. 4.1) eine einfachere Beziehung benutzt, die von Fessler und Wohl (10) angegeben wird.

$$\Sigma_c(\alpha) = C (0,24188 + \alpha + 0,05641 \cdot \alpha^2)^{-1/2} \quad (4.2)$$

C wird so gewählt, daß man bei einer Energie von 0,6 MeV den exakten Wert von $\Sigma_c(E)$ für das vorliegende Transportmedium erhält. Der maximale Fehler, der durch die Verwendung von Gleichung (4.2) anstelle der Klein-Nishina-Formel entsteht, liegt für Energien kleiner als 3 MeV unterhalb 0,45 %.

4.4 Bestimmung der Entfernung zwischen den Stoßpunkten

Zur Bestimmung der Entfernung $\bar{r}$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen eines Photons wird die direkte Methode (Transformationsmethode) verwendet. Sie wird im folgenden erläutert.

Sei ξ eine zufällige Variable einer Verteilung, deren Dichte $f(x)$ und deren Verteilungsfunktion $F(x)$ ist. Die direkte Methode zur Bestimmung von ξ besteht in einer Transformation

des ξ -Raumes in einen R-Raum, wobei R eine im Intervall (0,1) gleichförmig verteilte Zufallszahl bedeutet. Also

$$f(\xi) d\xi = dR \quad (4.3)$$

Daraus folgt

$$F(\xi) = \int_{-\infty}^{\xi} f(\xi') d\xi' = \int_0^R dR' = R \quad (4.4)$$

Die Dichte der Verteilungsfunktion für die Entfernung $\bar{r}$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen eines Photons ist

$$f(\bar{r}) = \mu(E) \exp(-\mu(E) \cdot \bar{r})$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} F(\bar{r}) &= \int_0^{\bar{r}} \mu(E) \exp(-\mu(E) \bar{r}') d\bar{r}' \\ &= 1 - \exp(-\mu(E) \cdot \bar{r}) = R \end{aligned}$$

und schließlich

$$\bar{r} = -\ln(1 - R)/\mu(E) \quad (4.5)$$

Gemäß Gleichung (4.5) ist die Entfernung $\bar{r}$ durch Auswahl einer Zufallszahl R aus dem Intervall (0,1) festgelegt.

4.5 Bestimmung der Art der Wechselwirkung

$\sigma_p(E)$ und $\sigma_c(E)$ seien die energieabhängigen Wirkungsquerschnitte für Photoeffekt bzw. Comptoneffekt. Dann ist die Wahrscheinlichkeit, daß die betrachtete Wechselwirkung eine photoelektrische Absorption ist, gleich

$$w_p = \sigma_p(E)/(\sigma_p(E) + \sigma_c(E)) \quad (4.6)$$

Um die Art der an einem bestimmten Punkt stattfindenden Wechselwirkung festzulegen, wird eine Zufallszahl R verwendet, die gleichmäßig in dem Intervall (0,1) verteilt ist.

Ist R kleiner als w_p , so wird der Prozeß als photoelektrische Absorption angesehen. Im andern Fall handelt es sich um eine Compton-Streuung.

4.6 Bestimmung der Energie und Winkel nach der Compton-Streuung

Der differentielle Compton-Streuwirkungsquerschnitt wird durch die Klein-Nishina-Formel (9) gegeben, die die Streuung von Photonen durch Elektronen beschreibt.

$$\frac{d\sigma_c}{d\alpha_2} = \pi \cdot r_o^2 \cdot \frac{1}{\alpha_1^2} \left| 1 + \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)^2}{\alpha_1 \alpha_2} + \left(1 + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1 \alpha_2}\right)^2 \right| \quad (4.7)$$

dabei sind σ_c der Stoßwirkungsquerschnitt in cm^2 pro Elektron und r_o der klassische Elektronenradius. α_1 ist die Energie des Photons vor, α_2 diejenige nach dem Stoß.

Die maximale Energie des Photons nach dem Stoß ist

$$\alpha_{2,\max} = \alpha_1$$

Dies entspricht einer Streuung um 0° . Die minimale Energie tritt bei einer Streuung um 180° auf. Sie ist gegeben durch

$$\alpha_{2,\min} = \frac{\alpha_1}{1 + 2\alpha_1}$$

Alle Werte von α_2 zwischen $\alpha_{2,\min}$ und $\alpha_{2,\max}$ sind möglich, aber nicht gleichwahrscheinlich. Die Dichte der hier geltenden Verteilungsfunktion kann man nach Gleichung (4.7) folgendermaßen definieren

$$p(\alpha_1, \alpha_2) = 1 + \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)^2}{\alpha_1 \alpha_2} + \left(1 + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1 \alpha_2}\right)^2 \quad (4.8)$$

Um Werte der Energie nach dem Stoß aus der Verteilungsfunktion (4.8) auszuwählen, wird die "Rejection Technique" verwendet. Der maximale Wert von $p(\alpha_1, \alpha_2)$ kommt bei $\alpha_2 = \alpha_{2,\min}$ vor. Daher ist

$$p_{\max} = p(\alpha_1, \alpha_{2,\min}) = 4(\alpha_{2,\min} \cdot \alpha_1 + 1/2) \quad (4.9)$$

Zur Ermittlung eines Wertes von α_2 sind im einzelnen folgende Schritte nötig:

1. Berechne $p_{\max}$ und $\alpha_{2,\min}$.
2. Wähle zwei Zufallszahlen R_1 und R_2 , die in dem Intervall $(0,1)$ gleichverteilt sind.
3. Berechne α_2 nach folgender Gleichung.

$$\alpha_2 = \alpha_{2,\min} + R_1 (\alpha_1 - \alpha_{2,\min}) \quad (4.10)$$

4. Prüfe, ob $p(\alpha_1, \alpha_2) > R_2 \cdot p_{\max}$ ist und nimm den ausgewählten Wert von α_2 an.
Andernfalls gehe nach Punkt 2. zurück.

Wenn die Energie α_2 des Photons nach dem Stoß bekannt ist, so ergibt sich der polare Streuwinkel ω aus folgender Gleichung

$$\cos \omega = 1 + 1/\alpha_1 - 1/\alpha_2$$

Der azimutale Streuwinkel ist bei unpolarisierten Photonen gleichmäßig im Intervall $(-\pi/2, +\pi/2)$ verteilt und wird nach dem von v. Neumann (7) angegebenen Verfahren ausgewählt.

Sind die Streuwinkel bekannt, so erhält man die neuen Richtungswinkel des Photons aus einfachen trigonometrischen Beziehungen. Es seien ϕ_2, θ_2 die Richtungswinkel des Photons nach dem Stoß, ϕ_1, θ_1 diejenigen vor dem Stoß, ω der polare Streuwinkel, ψ der azimutale Streuwinkel; dann ist

$$\cos \theta_2 = \cos \theta_1 \cos \omega + \sin \theta_1 \sin \omega \cos \psi$$

$$\sin \theta_2 = (1 - \cos^2 \theta_2)^{1/2}$$

$$\sin(\phi_2 - \phi_1) = \sin \psi \sin \omega / \sin \theta_2$$

$$\cos(\phi_2 - \phi_1) = \frac{\cos \omega - \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\sin \theta_1 \sin \theta_2}$$

Falls $\sin \theta_1 \sin \theta_2 = 0$ ist, wird $\sin \phi_1 = \sin \psi$ und $\cos \phi_1 = \cos \psi$ gesetzt.

4.7 Bestimmung des Photonenflusses

In dem Flußdiagramm Fig. 1 ist, wie schon erwähnt, nichts über die Bestimmung des Photonenflusses ausgesagt. Der Grund liegt darin, daß die Art der Berechnung des Flusses von dem speziellen Problem, insbesondere von den darin vorhandenen Symmetrien, abhängt. In diesem Abschnitt wird der Fall einer isotropen Punktquelle im unendlich ausgedehnten, homogenen und isotropen Medium betrachtet.

Im allgemeinen hängt der Photonenfluß von allen drei Raumkoordinaten ab. In dem Spezialfall einer isotropen Punktquelle im homogenen Raum ist der Fluß aufgrund der Kugelsymmetrie nur eine Funktion der Entfernung r zwischen Quelle und Beobachtungsort, an dem sich der Detektor befindet. Daher ist es von Vorteil, den Detektor über die Oberfläche einer Kugel vom Radius r um den Quellpunkt zu "verschmieren", d.h. man betrachtet die Kugelschale vom Radius r um die Quelle als Detektor und dividiert nachträglich das Ergebnis durch $4\pi r^2$, um den Fluß in Quanten pro cm^2 und sec zu erhalten. Man muß also die Zahl der Photonen berechnen, die die Kugelschale in beiden Richtungen durchqueren. Wie man leicht abschätzen kann, ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon, das von der Quelle im Kugelmittelpunkt emittiert wird, die den Detektor darstellende Kugelschale durchquert, sehr klein, wenn der Radius der Kugelschale groß ist. Dies bedingt einen großen statistischen Fehler bei der Berechnung des Photonenflusses. Deshalb ist es von Vorteil, den Fluß durch statistische Abschätzung zu bestimmen.

Anstatt die tatsächlichen Durchquerungen der Kugelschalen zu registrieren, berechnet man nach jedem Stoß die Wahrscheinlichkeit, daß das Photon vor seinem nächsten Stoß durch die Kugelschale hindurchgeht. Die Wahrscheinlichkeit ist aber proportional $\exp(-\mu(E) \cdot r_k)$, wobei $\mu(E)$ der totale lineare Abschwächungskoeffizient bei der Energie E und r_k der Abstand des Ortes der Wechselwirkung von der Kugelschale bedeuten, gemessen in Richtung der momentanen Bewegungsrichtung des Photons.

Der Radius der Kugelschale um den Quellpunkt kann beliebig gewählt werden. Demnach kann man den Photonenfluß für viele verschiedene Entfernungen der Quelle vom Beobachtungsort gleichzeitig, d.h. mit einem Monte-Carlo-Programm bestimmen. Nur das Unterprogramm, mit dem der Fluß berechnet wird, muß entsprechend oft durchlaufen werden. Die Einsparung an Rechenzeit soll an einem Beispiel demonstriert werden: Die Berechnung des Photonenflusses für 50 Entfernungen erfordert etwa die dreifache Rechenzeit wie diejenige für eine Entfernung.

Mit dem bisher beschriebenen Monte-Carlo-Programm ("MCISPT") wurden die Energiespektren einer punktförmigen Quelle im unendlich ausgedehnten homogenen Raum für 56 verschiedene Entfernungen der Quelle vom Beobachtungsort berechnet. Die Entfernungen reichen von 0,5 bis 6,0 mittleren freien Weglängen. Bei der Berechnung der Photonenspektren für kleinere oder größere Entfernungen ergeben sich Schwierigkeiten, da der statistische Fehler schnell zunimmt. Man muß auf eine besondere Technik zurückgreifen, deren Theorie sowie Anwendung bei der Eindringung von Gammastrahlen in Materie im folgenden Kapitel erläutert wird.

5. Verfahren zur Vergrößerung des Wirkungsgrades der Monte-Carlo-Rechnung

5.1 Problemstellung

Berechnet man Photonenspektren für Entfernungen kleiner als etwa 0,5 mfp mit dem oben beschriebenen Monte-Carlo-Programm, so werden die statistischen Fehler groß; denn Gammaquanten mit Energien oberhalb etwa 1 MeV werden bevorzugt in Vorwärtsrichtung gestreut, und der Abstand zwischen Photon und Detektor wächst. Die Wahrscheinlichkeit, daß das Gammaquant rückgestreut wird und so wieder in die Nähe der Quelle und des Detektors gelangt, ist klein, da das rückgestreute Quant eine relativ niedrige Energie besitzt. Dies entspricht aber einem großen totalen Wirkungsquerschnitt und einer kleinen mittleren freien Weglänge.

Ähnlich verhält es sich bei der Berechnung der Photonenflüsse in großen Eindringtiefen. Die Gammaquanten haben nach einigen Compton-Streuungen fast eine isotrope Winkelverteilung. Die Wahrscheinlichkeit einer weiteren Eindringung in das Streumedium nimmt damit ab. Ebenso verringert sich die mittlere Energie des Quants mit der Zahl der Comptonstöße und die mittlere freie Weglänge zwischen aufeinanderfolgenden Stößen. Infolgedessen wächst die Wahrscheinlichkeit für photoelektrische Absorption.

Zur Ermittlung der Photonenflüsse für relativ kleine oder große Entfernungen zwischen Quelle und Detektor muß man Verfahren verwenden, die den Wirkungsgrad der Monte-Carlo-Rechnung vergrößern. In der Literatur (4) werden dazu verschiedene Methoden angegeben, doch eignen sich bei einem bestimmten Problem nur wenige. Die Anwendung mancher Verfahren ist kaum gewinnbringend und lohnt nicht den relativ großen Aufwand, andere sind dem Problem nicht angemessen. In der vorliegenden Arbeit wurden als Verfahren zur Erhöhung des Wirkungsgrades des Monte-Carlo-Programms analytische Mittelung und verschiedene Formen von biased sampling angewandt.

5.2 Die analytische Mittelung

Der Beitrag der statistischen Auswahltechnik zum gesamten statistischen Fehler kann durch eine analytische Behandlung eines Teilproblems reduziert werden, z.B. dadurch, daß man eine der Zufallsvariablen durch ihren Erwartungswert ersetzt. Diese Methode wurde schon bei der Berechnung des Photonenflusses verwendet (siehe Abschnitt 4.7). Statt des tatsächlichen Durchganges eines Gammaquants durch den Detektor wurde jeweils die Wahrscheinlichkeit bestimmt, mit der das Quant vor seinem nächsten Stoß den Detektor erreicht.

Die analytische Mittelung als Methode zur Reduzierung der Varianz wird auch anstelle des statistischen Verfahrens angewandt, das über die Art der Wechselwirkung entscheidet. Dem Photon werden von vornherein nur Comptonstöße "erlaubt". Um den damit verbundenen "Fehler" zu kompensieren, verknüpft

man mit dem Zustand $(\vec{r}_n, \Omega_n, E_n)$ einen Gewichtungsfaktor w_n , der zwischen 0 und 1 liegt und als Überlebenswahrscheinlichkeit des Photons interpretiert werden kann. w_n ist der mittlere Bruchteil der Photonen, die alle Wechselwirkungen einschließlich der $(n-1)$ -ten "überleben". Es ist

$$w_{n+1} = w_n (\sigma_p / (\sigma_p + \sigma_c)) ; \quad w_0 = 1 \quad (5.1)$$

Durch die Einführung des Gewichtungsfaktors geht kein Photon durch photoelektrische Absorption "verloren" und keine Photonen-Lebensgeschichte wird abgebrochen, bevor nicht die "maximale Information" aus ihr herausgezogen wurde.

Wegen der analytischen Berechnung der Absorptionswahrscheinlichkeit müssen die Photonen-Lebensgeschichten durch einen "künstlichen" Cutoff, z.B. durch einen Energie-Cutoff beendet werden, d.h. das Gammaquant "stirbt", wenn seine Energie eine vorgegebene Energie unterschreitet. In allen Programmen wurde eine Cutoff-Energie von 0,03 MeV gewählt. Dieser Wert ist für Materialien mit niedriger Ordnungszahl nach den Monte-Carlo-Rechnungen von Berger und Raso (11) gerechtfertigt. Die Größe des Energie-Cutoffs hat einen großen Einfluß auf die benötigte Rechenzeit, die von der Zahl der verfolgten Stöße eines Photons abhängt. Die Zahl der Wechselwirkungen eines Gammaquants bei seiner Abschwächung von 1 MeV auf 500 keV und von 50 keV auf 25 keV durch Compton-Streuungen ist etwa gleich. Die Cutoff-Energie sollte daher nicht niedriger als notwendig sein.

5.3 Biased sampling

5.3.1 Theorie

ξ sei eine zufällige Variable einer Verteilung, deren Dichte $f(x)$ und deren Verteilungsfunktion $F(x)$ ist. Anstatt Werte von ξ aus der physikalisch vorgegebenen Dichteverteilung $f(x)$ auszuwählen, werden die Werte von ξ bevorzugt, d.h. mit größerer Wahrscheinlichkeit ausgewählt, die am meisten zur gewünschten Information beitragen. $F(x)$ wird durch eine Verteilungsfunktion ersetzt, deren Dichte $f'(y)$ sei. y ist eine in demselben Intervall wie ξ definierte Zufallszahl.

Die Auswahl aus der Verteilungsdichte $f'(y)$ liefert unkorrekte Resultate. Es muß daher eine Korrektur angebracht werden. Sie lautet

$$q(\xi) = \frac{f(\xi)}{f'(\eta)} \Big|_{\eta = \xi}$$

Die Größe $q(\xi)$ kann als Gewichtungsfaktor interpretiert werden, der die Verteilung $f'(\eta)$ auf die physikalisch gegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung korrigiert.

5.3.2 Anwendung bei der Auswahl der Entfernung zwischen den Stoßpunkten

Die Entfernung zwischen aufeinanderfolgenden Stößen wurde in Abschnitt 4.4 nach der Formel

$$\bar{r} = - \ln (1-R)/\mu(E) \quad (5.3)$$

berechnet. R ist eine im Intervall $(0,1)$ gleichverteilte Zufallszahl.

Um die Wahrscheinlichkeit für die Auswahl großer Weglängen $\bar{r}$ zu erhöhen, wird an Stelle von Gleichung (5.3) folgende Beziehung benutzt(10)

$$\bar{r} = - \ln (1-\eta)/\mu(E) \quad (5.4)$$

Zwischen η und R besteht folgender Zusammenhang

$$\eta = \frac{1 - \exp(-aR)}{1 - \exp(-a)} \quad (5.5)$$

a ist ein passend zu wählender Parameter, der die Stärke des biased sampling bestimmt (biased sampling-Parameter).

Da $dR = s(\eta) d\eta$

erhält man aus Gleichung (5.5) für die Dichteverteilung von η

$$s(\eta) = \frac{1 - \exp(-a)}{a(1 - (1 - \exp(-a)) \eta)} \quad (5.6)$$

Tabelle 1: Zahl der Wechselwirkungen in verschiedenen Eindringtiefen (in mfp) für verschiedene Werte des biased sampling-Parameters a, (Die Zahlen basieren auf der Verfolgung von jeweils 500 Photonengeschichten, Energie: 1,5 MeV)

		3 - 4 mfp	7 - 8 mpf	10 - 11 mfp	15 - 16 mfp	20 - 21 mpf
nur Weglängen- biasing	a = 1	1217	93	-	-	-
	a = 3	1458	529	113	2	-
	a = 6	814	765	364	150	43
=====						
Weglängen- und Streu- winkel- biasing	a = 1	1217	93	-	-	-
	a = 2	1620	1186	433	61	9
	a = 3	1000	1415	1046	453	137
	a = 4	586	1027	1156	872	507
=====						
Weglängen- biasing und isotrope Streuwinkel		0 - 1/4 mfp	1/4 - 1/2 mfp	1/2 - 3/4 mfp	3/4 - 1,0 mfp	0 - 1 mfp
	a = -2	715	1073	1149	987	3834
	a = -3	1072	1263	1249	981	4565

und für den Gewichtungsfaktor nach Gleichung (5.2)

$$q(\bar{r}) = 1/s(\eta) = \frac{a(1 - (1 - \exp(-a)) \eta)}{1 - \exp(-a)} \quad (5.7)$$

Aus Gleichung (5.5) sieht man, daß bei Gleichverteilung von R im Intervall $(0,1)$ und für $a > 1$ große Werte von η mit erhöhter Wahrscheinlichkeit auftreten und die mittlere Entfernung zwischen aufeinanderfolgenden Stößen zunimmt. Der Fall $a = 1$ entspricht der Auswahl der Weglängen gemäß Gleichung (5.3).

In den ersten drei Spalten der Tabelle 1 ist die Zahl der Wechselwirkungen aufgetragen, die die Photonen im Mittel in bestimmten Eindringtiefen erleiden, und zwar für verschiedene Werte des biased sampling-Parameters a . Danach bewirkt die beschriebene Methode des biased sampling ein rapides Anwachsen der Wahrscheinlichkeit, daß ein Gammaquant tief in das Streumedium eindringt.

5.3.3 Anwendung bei der Auswahl der Energie nach der Compton-Streuung

Die Energie nach einem Comptonstoß wird mit Hilfe der Rejection-Technik aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung Gl.(4.9) ausgewählt. Für eine biased sampling-Methode werden Zufallszahlen mit der Verteilung $s(\eta)$ (Gl.(5.6)) und die lineare Transformation

$$\alpha_2 = \alpha_{2,\min} + \eta (\alpha_1 - \alpha_{2,\min}) \quad (5.8)$$

verwendet. Der Gewichtungsfaktor ist demgemäß

$$q = \frac{\bar{p}(\alpha_1, \alpha_2)}{p'(\alpha_1, \alpha_2)} \quad (5.9)$$

Dabei bedeutet $\bar{p}(\alpha_1, \alpha_2)$ die normierte Verteilungsdichte der Dichtefunktion $p(\alpha_1, \alpha_2)$.

$$\bar{p}(\alpha_1, \alpha_2) = p(\alpha_1, \alpha_2)/B \quad \text{mit}$$

$$B = \int_{\alpha_{2,\min}}^{\alpha_{2,\max}} p(\alpha_1, \alpha_2) d\alpha_2 = 2(1+\alpha_1) \left| \frac{2(1+\alpha_1)}{1+2\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_1} \ln(1+2\alpha_1) \right| + \alpha_1 \ln(1+2\alpha_1) - \frac{2\alpha_1^2(1+3\alpha_1)}{(1+2\alpha_1)^2}$$

und

$$p'(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{s(\eta)}{\alpha_1 - \alpha_{2,\min}} = \frac{1 - \exp(-a)}{a(\alpha_1 - \alpha_{2,\min}) \left| 1 - (1 - \exp(-a))^{\frac{\alpha_2 - \alpha_{2,\min}}{\alpha_1 - \alpha_{2,\min}}} \right|}$$

Wie erwähnt, werden große Werte von η mit erhöhter Wahrscheinlichkeit auftreten. Dies entspricht nach Gl.(5.8) der Auswahl großer Energien nach dem Stoß, d.h. die Kleinwinkelstreuung wird bevorzugt, und das Photon dringt im Mittel tiefer in das Transportmedium ein. Die biased sampling-Methode wird nur angewandt, solange die Energie des Photons größer als 0,5 MeV ist. Denn ein Photon mit niedriger Energie ist mit großer Wahrscheinlichkeit mehrmals Comptongestreut worden, seine Richtung ist nicht mehr mit seiner Anfangsrichtung korreliert, und die biasing-Technik wird nutzlos.

Die mittleren Spalten der Tabelle 1 demonstrieren den Einfluß der beschriebenen Methode zur Berechnung der Photonspektren in tiefen Eindringungen. In dem Rechenprogramm wurde für den biased sampling-Parameter a ein Wert von 3,5 gewählt.

5.3.4 Anwendung bei der Berechnung von Photonenspektren in geringen Eindringtiefen

Bei der Berechnung der Photonenspektren für Eindringtiefen kleiner als 0,5 mfp wurde ebenfalls eine biased sampling-Methode verwendet, um den Wirkungsgrad der Monte-Carlo-Rechnung zu erhöhen. Dabei wird die Weglänge zwischen auf-

einanderfolgenden Stößen verkleinert. Dies erreicht man mit dem im Abschnitt 5.3.2 geschilderten Verfahren, wenn man für den biased sampling-Parameter a eine Zahl kleiner als (-1) wählt. Die Verkürzung der Weglänge hält das Photon in der Nähe der Quelle zurück.

Außerdem wurde eine Winkel-biasing-Methode verwendet. Die Winkel nach der Compton-Streuung wurden nicht aus der Klein-Nishina-Formel, sondern aus der isotropen Verteilung $1/4\pi$ ausgewählt.

Der Gewichtungsfaktor ist gleich dem Verhältnis der beiden Verteilungen

$$\frac{\frac{1}{\sigma_c} \frac{d\sigma_c}{d\Omega}}{\frac{1}{4\pi}} = \frac{4\pi}{\sigma_c} \cdot \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \quad (5.10)$$

Der Zähler auf der linken Seite der vorstehenden Gleichung muß für die aus der isotropen Verteilung ausgewählten Richtung berechnet werden.

Das Gesamtgewicht eines Photons kann als der Bruchteil des Photons interpretiert werden, der den Stoß verläßt. Beim n -ten Stoß ist das Verhältnis der Zahl der den Stoß "überlebenden" Photonen zu der Zahl der stoßenden Photonen

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_p} \left(\frac{4\pi}{\sigma_c} \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \right)$$

Das Gewicht des Photons nach dem n -ten Stoß ist daher

$$w_n = w_{n-1} \left(\sigma_c / \sigma_p \right) \left(\frac{4\pi}{\sigma_c} \cdot \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \right) \quad (5.11)$$

$$w_0 = 1$$

Die beiden unteren Spalten von Tabelle 1 zeigen den Einfluß der Weglängenverkürzung und Winkel-biasing-Methode auf die Ausbreitung der Gammastrahlen in der Nachbarschaft der Quelle. In den Rechnungen wurde $a = -2$ gesetzt.

5.4 Die Exponentialtransformation

Eine in der Literatur sehr häufig angewandte Methode zur Erhöhung des Wirkungsgrades einer Monte-Carlo-Rechnung ist die Exponentialtransformation (12). Man ersetzt die Größe $N(\vec{r}, \Omega, E)$ in der Boltzmann-Gleichung (2.1) durch $N(\vec{r}, \Omega, E) \cdot \exp(c r)$, wobei c ein geeignet zu wählender Parameter ist. Die Exponentialtransformation eignet sich nicht für die simultane Berechnung der Photonenspektren in mehreren Eindringtiefen, da die Auswahl der Entfernung zwischen den Stoßpunkten von der augenblicklichen Entfernung des Photons vom Aufpunkt abhängt.

Dennoch wurde für eine Eindringtiefe von 15 mfp der Photonenfluß mit Hilfe der Exponentialtransformation bestimmt. Das Resultat zeigte, daß die Verwendung dieser Methode gegenüber der biased sampling-Methode keinen nennenswerten Gewinn mit sich bringt. Dasgleiche gilt für andere Verfahren, die versucht wurden, wie "Russisches Roulette" und "Splitting".

6. Monte-Carlo-Programm für eine Punktquelle im inhomogenen Raum

6.1 Einleitung

In dem bisher beschriebenen Programm wurde ein unendlich ausgedehntes, homogenes und isotropes Transportmedium vorausgesetzt. Dabei wurde eine Kugelschale um den Quellpunkt als Detektor betrachtet. Besitzt das Streumedium Grenzen oder ist es inhomogen (aus verschiedenen Materialien aufgebaut), so wird der Photonenfluß auf die im folgenden erläuterte Art berechnet.

6.2 Berechnung des Photonenflusses durch einen kugelförmigen Detektor

Der Photonenfluß, der auf einen kugelförmigen Detektor mit einer Querschnittsfläche von 1 cm^2 einfällt, wird mit Hilfe der analytischen Mittelung (siehe Abschnitt 4.7) berechnet. Dabei werden die Beiträge summiert, die das "verfolgte" Photon bei jedem einzelnen Stoß liefert.

Es seien:

x_D, y_D, z_D	die cartesischen Koordinaten des Detektors bzw. die Koordinaten des Mittelpunktes der den Detektor bildenden Kugel,
x, y, z	die Koordinaten eines Stoßpunktes, an den das Photon während seines Lebens gelangt,
θ, ϕ	die Richtungswinkel des Photons,
E	die Energie des Photons vor dem Stoß.

Wenn außerdem das Gewicht des Photons nach dem Stoß bekannt ist, kann man die Wahrscheinlichkeit berechnen, mit der das Photon vor dem nächsten Stoß den Detektor passiert. Die Rechnung benötigt folgende Informationen:

1. Die Entfernung d zwischen dem Stoßpunkt und dem Detektor bzw. seinem Mittelpunkt,
2. der Streuwinkel ψ , der das Photon aus seiner Richtung vor dem Stoß in die Richtung zum Detektor hin ablenkt,
3. die Energie E' nach dem Stoß, die das Photon hat, wenn es um den Winkel ψ aus seiner Richtung abgelenkt wird,
4. die Wahrscheinlichkeit $1/\sigma_c \cdot d\sigma_c/d\Omega \cdot \Delta\Omega$, daß das Photon bei der Streuung am Stoßpunkt um den Winkel ψ in den Raumwinkel $\Delta\Omega$ gestreut wird; $\Delta\Omega$ ist der Raumwinkel, der von dem Detektor aufgespannt wird,
5. der totale Wirkungsquerschnitt $\mu(E')$ bei der Energie E' .

Die Wahrscheinlichkeit, daß das Photon nach dem n -ten Stoß, aber vor dem $(n+1)$ -ten Stoß durch den Detektor geht, ist

$$W(E') = w_n \cdot \frac{1}{\sigma_c} \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \Delta\Omega \cdot \exp(-\mu(E') \cdot d) \quad (6.1)$$

Das Gewicht w_{n-1} stellt die Wahrscheinlichkeit dar, daß das Photon am n -ten Stoßpunkt ankommt, vorausgesetzt, w_0 hat den Wert 1. E' ist die Energie des auf den Detektor einfallenden Photons.

Der Erwartungswert von $W(E')$ (Mittelung über alle Stöße einer Photonen-Lebensgeschichte) ist gleich der Wahrscheinlichkeit, daß das Photon mit einer Energie E' den Detektor passiert. Man registriert die Energie E' in entsprechenden Energieintervallen und erhält so das Photonenspektrum in Form eines Histogramms. Analog läßt sich auch die Winkelverteilung der auf den Detektor einfallenden Photonen bestimmen.

Diese Art der Berechnung des Photonenflusses läßt sich auch anwenden, wenn das Streumedium eine komplizierte Geometrie besitzt oder aus verschiedenen Materialien aufgebaut ist. Auf ihr beruht das Monte-Carlo-Programm "MCDET". Dieses Programm hat einen kleinen Wirkungsgrad. Deshalb werden andere Programme verwendet, wenn das betrachtete Problem Symmetrien enthält, die es wesentlich vereinfachen.

7. Spezielle Monte-Carlo.-Programme

a) Monte-Carlo-Programm für eine Volumenquelle im unendlich ausgedehnten homogenen Raum

Zur Berechnung der Photonenspektren einer Volumenquelle im unendlich ausgedehnten, homogenen und isotropen Medium wurde ein Monte-Carlo-Programm "MCGAMKUG" geschrieben. Es ist, abgesehen von der Festlegung des Quellpunktes, mit dem Programm "MCISPT" identisch. Während bei einer Punktquelle der Quellort vorgegeben ist, wird er bei der Volumenquelle mit Hilfe von Zufallszahlen aus dem Quellvolumen ausgewählt, z.B. bei einer Kugelwolke aus dem Volumen der die Wolke bildenden Kugel. Mit Hilfe des Programms "MCGAMKUG" wird die Genauigkeit des Verfahrens zur Bildung von Kugelwolkenpektren aus den Spektren von Punktquellen geprüft.

b) Monte-Carlo-Programm für Probleme mit Zylindersymmetrie

Das Problem der isotropen Punktquelle in Luft über der Erdoberfläche besitzt Zylindersymmetrie. Es wurde ein Programm "MCZYL" geschrieben, das sich diese Eigenschaft zunutze macht. Es ist bis auf die Berechnung des Photonenflusses mit dem Programm "MCISPT" identisch. In dem Programm "MCZYL" wird bei der Berechnung des Flusses die Entfernung bestimmt, die das Photon vom Stoßpunkt aus zurücklegen muß, um auf seiner Bahn den Mantel eines Zylinders mit dem Radius ρ um den Nullpunkt zu erreichen. Außerdem wird die Höhe z registriert, bei der das Photon den Zylindermantel durchstößt. Auf diese Weise erhält man das Photonen- oder Energiespektrum in Abhängigkeit von ρ und z .

8. Messungen

Es lag nahe, die mit den oben beschriebenen Monte-Carlo-Programmen berechneten Spektren mit gemessenen Spektren zu vergleichen. Im folgenden wird deshalb näher auf diese Messungen eingegangen, deren Ergebnisse in Kapitel 9 zusammen mit denjenigen der Monte-Carlo-Rechnungen diskutiert werden.

Streuspektren der Gammastrahlung radioaktiver Wolken wurden an der "Anlage zur Messung von Gammastrahlung des Instituts für Kernphysik, Ffm." gemessen. Dabei wurde die Luft durch Wasser ersetzt. Die Anlage besteht aus einem Wasserbehälter, der eine Höhe von 3 m und einen Durchmesser von 2,5 m besitzt.

Der Detektor wurde in der Mitte des Tanks angebracht. Die Plastikbälle, die mit radioaktiver Lösung gefüllt waren und die Wolken simulieren sollten, wurden an einem Plastikrohr befestigt und konnten an dem Detektor vorbei auf- und abbewegt werden.

Als Detektor wurde ein NaJ(Tl)-Kristall (1,5" x 1,5") verwendet. Zur Registrierung der Impulshöhenverteilungen wurde ein Vielkanal-Impulshöhenanalysator mit 400 Kanälen benutzt. Das Spektrometer wurde für einen Energiebereich von 40 keV bis 1,6 MeV geeicht.

Mit der beschriebenen Meßanordnung wurden die Impulshöhenverteilungen der Energiespektren gemessen. Im einzelnen wurden folgende Experimente durchgeführt:

- a) Eine punktförmige K^{42} -Quelle wurde im Wasser in einer Entfernung von 2, 3, 4 und 5 mittleren freien Weglängen von dem Kristallzentrum entfernt angebracht und die sich ergebenden Impulshöhenverteilungen gemessen. Eine mittlere freie Weglänge entspricht bei dieser Energie einer Strecke von 17,5 cm. Das Isotop K^{42} ist ein Gammastrahler mit einer Energie von 1,51 MeV.
- b) Plastikbälle wurden mit einer Lösung aus Kaliumkarbonat gefüllt, das vorher im Reaktor aktiviert und in Wasser aufgelöst wurde. Die Bälle (Radius: 0,6 bis 1,2 mfp) wurden in verschiedenen Entfernungen (2 bis 5 mfp) vom Detektor angebracht und die sich ergebenden Impulshöhenverteilungen gemessen.

Die Energieverteilungen wurden aus den Impulshöhenverteilungen mit dem Matrix-Inversions-Verfahren (13) bestimmt.

9. Ergebnisse und ihre Diskussion

9.1 Radioaktive Wolken im unendlich ausgedehnten homogenen Raum

Die Energieverteilungen der Gammastrahlung radioaktiver Wolken werden durch Integration aus den Spektren isotroper Punktquellen berechnet. Man muß daher zunächst diese Spektren in ihrer Abhängigkeit von der Entfernung zwischen Quelle und Detektor ermitteln.

9.1.1 Energieverteilung, Dosisleistung und Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle

Zur Vereinfachung des Problems wird angenommen, daß sich die isotrope Punktquelle und die radioaktiven Wolken in einem unendlich ausgedehnten, homogenen und isotropen Medium befinden. Die Wolke soll aus dem gleichen Medium wie der übrige Raum bestehen und die radioaktive Substanzen in ihr keine wesentliche Änderung ihrer Dichte verursachen. Diese Bedingung ist im Fall radioaktiver Abluft in etwa erfüllt. Als Streumedium wurde statt Luft Wasser einer Dichte von 1 g/cm^3 angenommen. Die Gründe dafür sind:

1. Wasser hat im Hinblick auf die Abschwächungseigenschaften von Gammastrahlen etwa die gleiche "effektive Ordnungszahl" Z_{eff} wie Luft und Erde (11,14,5). Die Photonenflüsse in Wasser entsprechen, abgesehen vom Einfluß der Dichte, innerhalb eines kleinen Fehlerbereiches denjenigen in anderen Medien, in denen der totale Wirkungsquerschnitt durch den Compton-Wirkungsquerschnitt beherrscht wird.
Dies schließt die Materialien mit niedriger Ordnungszahl Z ein, wie Al ($Z=13$), Luft ($Z_{\text{eff}} = 7,2$), Beton ($Z_{\text{eff}} = 13,4$), Wasser ($Z_{\text{eff}} = 7,5$).
2. Experimente in Wasser sind leichter als in Luft durchzuführen. Denn der Wert für eine mittlere freie Weglänge in Luft ist groß und der von einem Detektor aufgespannte Raumwinkel $\Delta\Omega$ (siehe Gl.(6.1)) dementsprechend klein. Zudem ist die Dichte der Luft nicht konstant, sie hängt von meteorologischen Parametern ab.

Daher schien es von Vorteil, für die Dichte des Transportmediums einen Bezugswert zu benutzen. Um die Umrechnung der experimentell bzw. theoretisch bestimmten Größen auf andere Dichten des Streumediums zu vereinfachen, werden alle Entfernungen in Einheiten einer mittleren freien Weglänge der Primärstrahlung (mfp) angegeben. Die Flüsse, die für Wasser einer Dichte von 1 g/cm^3 ermittelt wurden, rechnen sich auf ein Medium mit ähnlicher effektiver Ordnungszahl und der Dichte ρ um, indem man sie durch ρ^2 dividiert.

Als Primärenergie der Gammastrahlung wurde eine Energie von 1,5 MeV gewählt, um die berechneten Spektren und Dosisleistungen mit den experimentell gewonnenen vergleichen zu können. Bei der Berechnung der Photonenflüsse der isotropen Punktquelle mit Hilfe des Programms "MCISPT" wurden im einzelnen die folgenden Methoden zur Erhöhung des Wirkungsgrades des Programms verwendet (r = Entfernung Quelle-Detektor):

für $0,05 \text{ mfp} \leq r \leq 0,5 \text{ mfp}$: analytische Mittelung, Auswahl der Winkel nach der Streuung aus der isotropen Verteilung und Verkürzung der Weglänge zwischen den Stoßpunkten;

für $0,5 \text{ mfp} \leq r \leq 6 \text{ mfp}$: analytische Mittelung;

für $6 \text{ mfp} \leq r \leq 20 \text{ mfp}$: analytische Mittelung, Bevorzugung der Kleinwinkelstreuung und Verlängerung der Weglänge zwischen den Stoßpunkten. Für den biased sampling-Parameter wurde ein Wert zwischen 2,5 und 3,5 gewählt.

Der Photonenfluß wurde für insgesamt 93 verschiedene Eindringtiefen von 0,05 mfp bis 20 mfp berechnet. Zum Fluß im niederenergetischen Teil des Photonenspektrums (unterhalb 200 keV) tragen alle Photonen bei. Aber nur wenige Photonen besitzen nach ein paar Stößen noch Energien nahe der Primärenergie. Die statistische Genauigkeit im hochenergetischen Teil des Spektrums ist deshalb geringer. Zur Kompensation wurden in allen Rechnungen etwa 5000 Photonen bei einem Energie-Cutoff von $E_c = 0,03 \text{ MeV}$, 10 000 Photonen bei $E_c = 0,3 \text{ MeV}$ und 20 000 Photonen bei $E_c = 0,6 \text{ MeV}$ verfolgt. (Je höher E_c , desto kürzer die benötigte Rechenzeit, da diese nur von der Zahl der stattfindenden Stöße abhängt.) Die statistischen Fluktuationen in den Photonenspektren nehmen mit der Eindringtiefe zu. Sie betragen bei 1 mfp etwa 5 %, bei 10 mfp etwa 20 bis 30 % je nach Energiebereich.

Einige der berechneten Energieverteilungen konnten mit in der Literatur (5, 10) angegebenen Spektren verglichen werden. Es zeigte sich gute Übereinstimmung innerhalb der statistischen Genauigkeit, auch mit den experimentell ermittelten Spektren (siehe Abb. 3).

Die Dosisleistung kann durch Integration aus den Photonenflüssen bzw. Energiespektren gewonnen werden, Es ist

$$D(r) = K \cdot \int_0^E \mu_a^L(E) \cdot N(r,E) \cdot E \cdot dE \quad (9.1)$$

dabei bedeuten

$N(r,E)$	= entfernungsabhängiges Photonenflußspektrum
$\mu_a^L(E)$	= Energieabsorptionskoeffizient für Luft
K	= Fluß-zu-Dosis-Konversionsfaktor
	= $1,48 \cdot 10^{-5}$ R/sec pro MeV/cm ³ sec

Eine wichtige Größe zur Charakterisierung der Ausbreitung von Gammastrahlung in einem Medium ist der Buildup-Faktor. Er ist definiert als das Verhältnis der Gesamtstrahlung (Primär- und Streustrahlung) zur Primärstrahlung. Bezieht man sich auf die von der Strahlung hervorgerufene Dosisleistung, so erhält man den Dosis-Buildup-Faktor B. Für eine monoenergetische Gammastrahlungsquelle der Energie E_0 ergibt sich

$$B = \frac{\int_0^E \mu_a^L(E) \cdot N(r,E) \cdot E \cdot dE}{\mu_a^L(E_0) \cdot N_0(r,E_0) \cdot E_0} \quad (9.2)$$

Der Teilchenfluß der Primärstrahlung $N_0(r,E_0)$ folgt bei einer Normierung auf eine Quellstärke von 1 Quant pro sec aus der Gleichung

$$N_0(r,E_0) = \exp(-\mu(E_0) \cdot r) / 4\pi r^2 \quad (9.3)$$

Es ist üblich, den Dosis-Buildup-Faktor als Funktion der mittleren freien Weglänge der Primärstrahlung und ihrer Energie darzustellen (14). Häufig wird die Darstellung von Taylor (15) verwendet

$$B_T(E, \mu_0 r) = A \cdot \exp(-\alpha_1(E) \cdot \mu_0 r) + (1-A) \cdot \exp(-\alpha_2(E) \cdot \mu_0 r) \quad (9.4)$$

A , α_1 und α_2 sind Parameter, für die Werte in der Literatur (5, 14, 16, 17) angegeben werden.

Eine allgemeinere Form der Darstellung des Dosis-Buildup-Faktors als Funktion von E und $\mu_0 r$ wird von Capo (18) angegeben:

$$B_C(1/E, \mu_0 r) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^4 C_{ij} (\mu_0 r)^i (1/E)^j \quad (9.5)$$

mit $0 \leq \mu_0 r \leq 20$ und $0,255 \leq E \leq 10$ MeV

Die Verwendung der Gleichung (9.5) ist von Vorteil, da ein Satz von Werten für C_{ij} genügt, um den Dosis-Buildup-Faktor für alle Primärenergien aus dem Energiebereich von 0,255 bis 10 MeV zu berechnen.

In der vorliegenden Arbeit wurden die Werte des Dosis-Buildup-Faktors aus den Dosisleistungen der isotropen Quelle in Wasser ermittelt und durch ein Polynom angepaßt. Ein Polynom 4. Grades erwies sich als ausreichend ($E = 1,5$ MeV):

$$B_E(\mu_0 r) = 1,0 + 0,7497 (\mu_0 r) + 0,1555 (\mu_0 r)^2 - \\ - 0,0139 (\mu_0 r)^3 + 0,00055 (\mu_0 r)^4 \quad (9.6)$$

Es schien von Interesse, die verschiedenen Funktionen für den Dosis-Buildup-Faktor (Gl. 9.4, 9.5 und 9.6) miteinander zu vergleichen. In den Abb. 1a und 1b sind B_T , B_C und B_E für eine Primärenergie von 1,5 MeV in Abhängigkeit von $\mu_0 r$ aufgetragen. Für die Parameter in Gl. (9.4) wurden dabei die Werte von Buscaglione und Manzini (17) benutzt. Eine Rechnung ergab, daß die Wahl der Parameter einen großen Einfluß auf den Verlauf der Buildup-Faktor-Funktion besitzt.

Nach den Abb. 1a und 1b liegen die mit der Monte-Carlo-Methode bestimmten Werte des Dosis-Buildup-Faktors zwischen den Werten, die die Gl. (9.4) bzw. Gl. (9.5) liefern. Die Taylor-Formel überschätzt die Werte, die nach der Capo-Formel berechneten Werte liegen etwas zu niedrig.

Der Fehler in den Dosis-Buildup-Faktor-Werten ist für Entfernungen bis zu 6 mfp kleiner als 2 %. Er nimmt mit der Entfernung zu und erreicht bei 20 mfp einen Wert von etwa 10 %.

9.1.2 Energieverteilung und Dosisleistung einer kugelförmigen Wolke

Aus den Energieverteilungen punktförmiger Quellen wurden die Energieverteilungen kugelförmiger Volumenquellen bestimmt. In Abb. 2 ist eine kugelförmige radioaktive Wolke schematisch dargestellt. B ist der Ort, an dem die Energieverteilung bzw. Dosis bestimmt werden soll. Man denke sich um B Kugelschalen in äquidistanten Abständen gelegt. Das Volumen V_1 , das von der Wolke aus dem Volumen zweier aufeinanderfolgender Kugelschalen herausgeschnitten wird, wird berechnet. Multipliziert man die entfernungsabhängigen Energiespektren der Punktquelle mit V_1 und addiert sie anschließend, so erhält man das Streuspektrum der Kugelwolke. Vorausgesetzt wird bei diesem Verfahren, daß man Quelle und Detektor vertauschen kann. Dies ist wegen des "Ähnlichkeitsprinzips" von Fano (19) möglich.

In der Literatur liegen keine Vergleichswerte für Spektren ausgedehnter Volumenquellen vor. Deshalb wurde, um die Genauigkeit des Integrationsverfahrens zu prüfen, ein anderes Monte-Carlo-Programm "MCGAMKUG" geschrieben (siehe Kapitel 7); mit diesem wurde das Streuspektrum einer Kugelwolke direkt berechnet.

Es zeigte sich, daß die auf beide erwähnten Arten ermittelten Spektren innerhalb der statistischen Genauigkeit übereinstimmen.

In Abb. 3 werden die Meßergebnisse mit berechneten Spektren verglichen. Dabei ist $N(E)$ der Photonenfluß in Quanten/cm²sec pro Quant/cm³sec, R_0 die Entfernung des Kugelmittelpunktes vom Beobachtungsort (Detektor). Wenn man berücksichtigt, daß der Fehler der gemessenen Spektren bei Energien oberhalb 1,2 MeV wegen des geringen Photonenflusses in diesem Energie-

bereich und durch die Entfaltung der Impulshöhenverteilung (13) relativ groß ist, so ist die Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Spektren als gut anzusehen.

Abb. 4 zeigt die Spektren einer radioaktiven Kugelwolke in einer Entfernung von 5 mfp für verschiedene Radien R. Man erkennt, daß sich der Photonenfluß $N(E)$ etwa um einen Faktor 10 erhöht, wenn sich der Radius der Wolke verdoppelt. Das spektrale Aussehen der Photonenflüsse ändert sich dabei nur wenig.

Die Dosisleistung kann aus der Energieverteilung durch Integration ermittelt werden (Gleichung 9.1). Sie kann auch mit Hilfe des Buildup-Faktors berechnet werden, wobei die Kenntnis der Energieverteilung nicht vorausgesetzt wird. Für eine monoenergetische Gammastrahlungsquelle der Energie E_0 gilt

$$D(r) = \int_{V_{\text{Wolke}}} \frac{\nu(E_0) B(\mu_0 r, E_0) S(r, E_0) e^{-\mu_0 r}}{4\pi r^2} dV \quad (9.7)$$

dabei bedeuten

- $\nu(E_0)$ = Fluß-zu-Dosis-Konversionsfaktor für die Energie E_0
- $B(\mu_0 r, E_0)$ = entfernungsabhängiger Dosis-Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle der Energie E_0
- $S(r, E_0)$ = Zahl der Gammaquanten der Energie E_0 , die pro sec von einem Volumenelement dV in der Entfernung r emittiert wird.

Die Zahl der Gammaquanten, die pro sec in einer Entfernung zwischen r und $r+dr$ emittiert wird, ist bei einer Quellstärke von $1 \text{ MeV/cm}^3 \text{ sec}$ gleich V_1 (siehe Abb. 2). Zur Integration von Gleichung (9.7) verwendet man zweckmäßig eine der angegebenen Darstellungen des Dosis-Buildup-Faktors als Funktion von $\mu_0 r$.

Die mit Hilfe des Buildup-Faktors (Gl. 9.6 und 9.7) bzw. der Energieverteilungen (Gl. 9.1) ermittelten Dosis-

leistungswerte unterscheiden sich maximal um 6 %, meist aber nur um 1 - 2 %. Verwendet man bei der Darstellung der Buildup-Faktor-Funktion Gleichung (9.4) oder (9.5), so ergibt sich je nach den Werten der benutzten Anpassungsparameter eine Abweichung von der Größenordnung 10 bis 50 % von den aus den Energieverteilungen gewonnenen Werten. Die gemessenen Werte sind stets um etwa 15 % bis 30 % niedriger als die berechneten. Dies ist nach den in Abb. 3 gezeigten Ergebnissen zu erwarten.

In Abb. 5 ist die Dosisleistung einer radioaktiven Wolke mit dem Radius R als Funktion der Entfernung ihres Mittelpunktes vom Beobachtungsort in halblogarithmischer Darstellung aufgetragen. Danach gehen die Dosisleistungskurven mit zunehmender Entfernung in Geraden über, d.h. die Dosisleistung wird proportional $\exp((-\mu_o R_o) \cdot C)$.

Um die Dosisleistungen von Wolken mit verschiedenem Volumen miteinander vergleichen zu können, wurden alle Werte durch das Volumen der Wolke dividiert. Dies entspricht einer Normierung auf eine Quellstärke von 1 MeV/sec. Abb. 6 zeigt die Abhängigkeit der Dosisleistung einer radioaktiven Wolke in der Entfernung R_o von ihrem Radius. Wie man sieht, nimmt die Dosisleistung mit der Ausdehnung der Wolke zu, und zwar umso mehr, je weniger sich R und R_o voneinander unterscheiden. Die Kurvenstücke parallel zur Abszissenachse besagen, daß man die Wolke als Punktquelle ansehen darf. Dieser Sachverhalt wird in Abb. 7 verdeutlicht. Hier ist die Entfernung des Schwerpunktes der Wolke in Abhängigkeit von ihrem Radius aufgetragen, und zwar für verschiedene Entfernungen ihres Mittelpunktes vom Aufpunkt. Unter dem Schwerpunkt einer radioaktiven Wolke soll folgender Punkt P_s verstanden werden: Denkt man sich die Gesamtaktivität der Wolke in P_s vereinigt, so liefert diese Punktquelle am Meßort die gleiche Dosisleistung wie die Wolke. Z.B. erzeugt eine radioaktive Wolke mit einem Radius von 7 mfp in einer Entfernung von 10 mfp die gleiche Dosisleistung wie eine Punktquelle gleicher Aktivität in einer Eindringtiefe von 7 mfp. Abb. 7 zeigt, unter welchen Umständen eine Volumenquelle als Punktquelle behandelt werden darf.

9.1.3 Energieverteilung und Dosisleistung einer ellipsoidförmigen Wolke

Im letzten Abschnitt wurde am Beispiel von Kugelwolken gezeigt, wie man die Punktquellenspektren benutzen kann, um die Energieverteilungen ausgedehnter Volumenquellen zu ermitteln. Das Transportproblem ist damit auf die Bestimmung der Volumenanteile V_1 der Wolke reduziert, die innerhalb eines Entfernungsintervalles dr (siehe Abb.2) den gleichen Abstand vom Aufpunkt besitzen. Dieses rein geometrische Problem ist oft nicht einfach zu lösen. Im folgenden wird als ein weiteres Beispiel die Energieverteilung und Dosisleistung einer ellipsoidförmigen radioaktiven Wolke berechnet.

Das die Wolke darstellende Ellipsoid soll durch Rotation einer Ellipse um ihre große Halbachse als Rotationsachse entstehen. Die große Halbachse dieser Ellipse wird im folgenden mit A bezeichnet. Der Detektor liegt außerhalb des Ellipsoids auf der Verlängerung seiner großen Halbachse. Die Volumina V_1 können bei einem solchen Rotationsellipsoid relativ leicht berechnet werden.

In den Abb. 8 und 9 sind die Photonenspektren bzw. Energieverteilungen einer ellipsoidförmigen radioaktiven Wolke dargestellt. Das Volumen der Wolken entspricht in allen Fällen demjenigen einer Kugelwolke mit dem Radius $R = 1$ mfp. Der hochenergetische Teil der Spektren nimmt mit der großen Halbachse A stärker zu als der niederenergetische. Dies ist darauf zurückzuführen, daß der niederenergetische Teil eines Punktquellenspektrums relativ zum hochenergetischen mit der Eindringtiefe anwächst.

Abb. 10 zeigt die Abhängigkeit der Dosisleistung ellipsoidförmiger radioaktiver Wolken von der Länge der großen Halbachse A . Man sieht, daß die Dosisleistung sehr schnell fällt, wenn das Rotationsellipsoid bei konstantem Volumen zusammengedrückt wird.

In Abb. 11 ist der Schwerpunkt ellipsoidförmiger radioaktiver Wolken gleichen Volumens als Funktion der Länge der großen Halbachse aufgetragen. Die Kurven sind stärker gekrümmt als diejenigen für Kugelwolken (Abb. 7), d.h. die Ausdehnung bzw. Streckung des Ellipsoids verursacht eine stärkere Zunahme der Dosisleistung als das "Aufblasen" einer Kugelwolke.

9.2 Radioaktive Wolken über der Erdoberfläche

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Bestimmung der Energieverteilungen und Dosisleistungen radioaktiver Wolken in der Atmosphäre. Zu diesem Zweck wird über Punktquellenspektren integriert, deren Berechnung im folgenden beschrieben wird.

9.2.1 Energieverteilung, Dosisleistung und Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle über der Erdoberfläche

Abb. 12 zeigt eine Skizze der betrachteten Geometrie. Der ganze Raum setzt sich demnach aus zwei homogenen und isotropen Medien zusammen. Der Halbraum $z > 0$ besteht aus Luft, der Halbraum $z < 0$ aus Erdboden. Die Ebene $z = 0$ bildet die Grenzschicht zwischen Luft und Erdboden. Alle zu berechnenden Größen sind invariant im Hinblick auf die Vertauschung von Quelle und Detektor (Ähnlichkeitsprinzip von Fano (19)).

Um die Rechnung zu vereinfachen wurden folgende Annahmen gemacht:

1. Die Dichte der oberen Schicht der Erde hängt von der örtlichen Bodenbeschaffenheit ab. Um die Ergebnisse der Monte-Carlo-Rechnung mit den experimentellen Ergebnissen anderer Autoren (19) vergleichen zu können, ist es zweckmäßig, die Dichte der Erde gleich der von Normalbeton ($\rho_B = 2,3 \text{ g/cm}^3$) zu setzen.
2. Luft und Erde bzw. Beton sollen sich im Hinblick auf die Abschwächungseigenschaften von Gammastrahlen wie

Wasser verhalten und sich nur durch ihre Dichten unterscheiden.

3. Der Wert für die Dichte der Luft ist $\rho_L = 0,00125 \text{ g/cm}^3$.
4. Es wird im folgenden so gerechnet, als hätte die Luft eine "hypothetische" Dichte von 1 g/cm^3 . Dadurch ist der Wert für eine mittlere freie Weglänge klein, der von dem Detektor aufgespannte Raumwinkel und damit der Flußbeitrag aber entsprechend groß (siehe Gl. (6.1)). Die hypothetische Dichte der Erde ist dann $1,84 \cdot 10^3 \text{ g/cm}^3$. Zur Umrechnung der berechneten Größen (Photonenfluß, Energiefluß usw.) auf die Dichte ρ_L der Luft muß man sie nur durch ρ_L^2 dividieren, da alle Entfernungen wiederum in Einheiten einer mittleren freien Weglänge (mfp) angegeben werden.

Die Berechnung der Energieverteilung und Dosisleistung einer isotropen Punktquelle oberhalb der Grenze Luft-Erde wurde mit Hilfe des Monte-Carlo-Programms "MCDET" durchgeführt, und zwar für Horizontal- und Vertikalentfernungen ρ bzw. z kleiner 2 mfp. Es wurden für Erde und Luft die in Kapitel 5 geschilderten Methoden zur Erhöhung des Wirkungsgrades einer Monte-Carlo-Rechnung benutzt: analytische Mittelung, Verkürzung der Weglänge zwischen den Stoßpunkten, Auswahl der Winkel nach einer Streuung aus der isotropen Verteilung. Für den Fall, daß das Photon die Ebene $z = 0$ (Grenzebene Luft-Erde) durchstößt, muß das ursprüngliche Programm "MCDET" (siehe Kapitel 6) abgeändert werden (Programm "MCDETGRENZ").

Angenommen, die erste Wechselwirkung (Streuung) des Photons finde in Luft statt ($z > 0$). Dabei werde es so gestreut, daß es auf die Erde einfällt. Die Entfernung zwischen dem ersten und zweiten Stoß wird aus der Gleichung (5.3) bzw. (5.4) errechnet. Sie werde mit d bezeichnet. d setzt sich dann aus den zwei Teilstrecken d_1 und d_2 zusammen, wobei d_1 oberhalb, d_2 in der Erde

verläuft. Die Strecke d_2 wird durch den Dichteunterschied zwischen Luft und Erde dividiert. Man erhält $d'_2 = d_2/1840$. Die Weglänge zwischen den Stoßpunkten ist in diesem Fall also $d_1 + d'_2$.

Verläuft der Weg des Photons vollständig in der Erde, so wird die aus der Gl. (5.4) errechnete Entfernung d durch 1840 geteilt. Dasgleiche gilt in dem Falle, daß der Weg des Photons zunächst in der Erde, dann in der Luft verläuft. Allerdings muß dann die in der Luft verlaufende Wegstrecke d_1 um den Faktor 1840 gedehnt werden. Analog geht man bei der Berechnung des Photonenflusses vor, wenn die z-Koordinate des Stoßpunktes kleiner als Null ist. (Der Detektor befindet sich stets oberhalb der Grenzschicht Luft-Erde.) Die Entfernung zwischen Quelle und Detektor ist in diesem Falle $d_1 + d_2$ bei der Berechnung des Raumwinkels, aber gleich $1840 \cdot d_2 + d_1 = d'$ bei der Berechnung der Absorptionswahrscheinlichkeit $\exp[-(\sigma_p + \sigma_c) \cdot \rho \cdot d']$ auf dem Wege von der Quelle zum Detektor (siehe Gleichung (6.1)).

Um das Programm "MCDET" zu testen, wurden zunächst die Streuspektren einer isotropen Punktquelle im unendlich ausgedehnten homogenen Raum für einige Entfernungen zwischen Quelle und Detektor berechnet. Sie stimmten innerhalb der statistischen Fehlergrenze mit den Spektren überein, die mit Hilfe des Programms "MCISPT" ermittelt wurden.

Der Wirkungsgrad des Programms "MCDET" ist relativ klein, da in die Berechnung des Photonenflusses der von dem Detektor aufgespannte Raumwinkel eingeht. Es ist daher nicht geeignet, den Photonenfluß bei großen Abständen zwischen Quelle und Detektor zu ermitteln. Für diesen Fall wurde das Programm "MCZYL" (Kapitel 7) geschrieben. Dabei wird die Erde als Totalabsorber betrachtet, um Rechenzeit zu sparen. Der damit verbundene Fehler wird abgeschätzt, indem mit dem Programm "MCDET" die Photonenflüsse für einige Quelle-Detektor-Entfernungen einmal unter der Annahme einer Grenze Luft-Erde, zum anderen einer Grenzebene Luft-Totalabsorber berechnet werden. Die Ergebnisse werden weiter unten diskutiert.

In den Abb. 13a und 13b ist der Photonenfluß einer isotropen Punktquelle dargestellt, die auf der Grenzebene Luft-Totalabsorber liegt. ρ und z sind die Zylinderkoordinaten der Detektorstellungen in mfp. Man erkennt, daß der niederenergetische Teil der Spektren mit zunehmender Höhe z stärker als der hochenergetische abnimmt. Dies läßt sich folgendermaßen erklären: Die Radialentfernung des Detektors wächst bei konstantem ρ mit der Höhe z ; der niederenergetische Teil des Photonenspektrums besteht vorwiegend aus Quanten, die mehrmals gestreut wurden und daher den Detektor auf einem "Umwege" erreichen. Die Wahrscheinlichkeit, daß sie auf diesem Weg den Totalabsorber berühren und damit absorbiert werden, wird mit zunehmender Radialentfernung größer, da die niederenergetischen Quanten bei großem Abstand zwischen Quelle und Detektor fast isotrop einfallen.

Abb. 14 soll diesen Sachverhalt an Hand einer anderen Darstellung verdeutlichen. Hier ist der Photonenfluß einer isotropen Punktquelle auf der Grenzschicht Luft-Totalabsorber in Abhängigkeit vom Erhebungswinkel des Detektors über der Grenzebene aufgetragen. Die Radialentfernung ist konstant; sie beträgt 3 mfp. Zum Vergleich ist außerdem das Spektrum einer isotropen Punktquelle im homogenen Raum (Luft) gezeigt. Der Einfluß des Totalabsorbers nimmt danach mit dem Erhebungswinkel θ zu. Besonders deutlich sieht man in dieser Abbildung das Absinken der Intensität der niederenergetischen Quanten.

Aus den Photonenflüssen wurden nach Gl. (9.1) die Dosisleistungen und Dosis-Buildup-Faktoren bestimmt. Abb. 15 zeigt den Dosis-Buildup-Faktor als Funktion der Höhe z über der Grenzebene Luft-Totalabsorber für verschiedene Horizontalentfernungen ρ . Der Buildup-Faktor nimmt zunächst mit der Höhe z zu und fällt dann trotz zunehmender Radialentfernung steil ab. Dieser Abfall wird durch die Intensitätsabnahme der niederenergetischen Photonen verursacht. Das Maximum in den Buildup-Faktor-Kurven verschiebt sich mit wachsender Horizontalentfernung zu größeren z -Werten. Es liegt bei einem Erhebungswinkel von etwa 40° .

Trägt man die Dosis-Buildup-Faktoren für konstante Höhe z in Abhängigkeit von der Horizontalentfernung ρ auf (Abb. 16), so erkennt man, daß der Buildup-Faktor für große Werte von ρ nahezu konstant ist.

Die Abbildungen 17 und 18 demonstrieren den Einfluß, den das Ersetzen der Erde durch einen Totalabsorber auf den Dosis-Buildup-Faktor ausübt. In Abb. 17 ist der Buildup-Faktor als Funktion von ρ für verschiedene z -Werte aufgetragen, während Abb. 18 den Buildup-Faktor als Funktion von z für einige ρ -Werte zeigt. Wie zu erwarten, ist der Buildup-Faktor in dem Falle, daß die Luft an Erdboden grenzt (1. Fall) größer als im 2. Fall, wo der Erdboden als Totalabsorber betrachtet wird.

Die Differenz zwischen den Buildup-Faktoren für die Fälle 1 und 2 zeigt eine starke Abhängigkeit von ρ , ändert sich aber nur wenig mit der Höhe z . Bei $\rho = 0,4$ mfp beträgt der Unterschied etwa 5 %, bei $\rho = 0,75$ mfp etwa 12 % und bei $\rho = 1$ mfp etwa 1 % bis 12 %. Eine leicht verständliche Interpretation der in den Abb. 17 und 18 gezeigten Kurven ist nicht möglich, da das Problem mehrere voneinander unabhängige Parameter besitzt.

Der Einfluß des Erdbodens (Fall 1) bzw. des Totalabsorbers (Fall 2) auf die Dosisleistung einer Punktquelle wird in der Literatur durch Grenzkorrekturfaktoren K bzw. K' charakterisiert (20, 21, 22). Es seien $D_1(\rho, z)$ bzw. $D_2(\rho, z)$ die Werte für die Dosisleistung in den Fällen 1 und 2. Außerdem sei $D_0(r)$ die Dosisleistung der Punktquelle im unendlich ausgedehnten Luftmedium im Abstand $r = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$ vom Detektor. Dann definiert man

$$K(\rho, z) = D_1(\rho, z)/D_0(r)$$

und

$$K'(\rho, z) = D_2(\rho, z)/D_0(r)$$

Diese Faktoren werden in der vorliegenden Arbeit nur zur Abschätzung des Fehlers verwendet, der mit dem Ersetzen der Erde durch einen Totalabsorber verbunden ist.

K' ist immer kleiner als 1, da alle Photonen, die die Grenze durchqueren, absorbiert werden. Im Fall 2 ergeben sich zwei Gesichtspunkte. Photonen, die in der Nähe des Detektors in das dichtere Medium (Erde) einfallen, wechselwirken auch in unmittelbarer Nachbarschaft des Detektors und liefern einen großen Beitrag zum Photonenfluß, da der Raumwinkel groß ist. Man erwartet daher einen Grenzkorrekturfaktor K größer als 1. Andererseits wirkt die Erde als ein absorbierendes Medium für die Strahlung, die bei Entfernungen vom Detektor einfällt, die gegenüber der mittleren freien Weglänge der Strahlung im Erdboden groß sind, d.h. K wird kleiner als 1 bei großen Entfernungen zwischen Quelle und Detektor.

In Abb. 19 sind einige der in der vorliegenden Arbeit ermittelten Werte von K und K' als Funktion der Höhe z über der Grenzebene aufgetragen. K liegt danach zwischen 0,85 und 1,15 für $\mu_{0\rho}$ und μ_{0z} kleiner als 1. Der Faktor K' ist etwas kleiner, sein Wert liegt zwischen 0,8 und 0,98. Die angegebenen Zahlenwerte für K und K' stimmen innerhalb 10 % mit den von Berger (20) ebenfalls mit Monte-Carlo-Methoden berechneten Werten überein. Für μ_{0z} größer als 1 und $\mu_{0\rho}$ größer als 6 liegen in der Literatur keine Werte vor. Deshalb wurden zur Fehlerabschätzung (siehe unten) K und K' für $0,05 \leq \mu_{0z} \leq 6$ und $0 \leq \mu_{0\rho} \leq 12$ berechnet.

Ersetzt man den Erdboden durch einen Totalabsorber, so führt man dadurch einen systematischen Fehler in die Rechnungen ein. Dieser ist proportional $A = 1 - K/K'$. Die Rechnungen ergaben, daß für Quelle-Detektor-Entfernungen größer als 2 mfp in Luft A einen Wert von 0,12 nicht überschreitet. Der statistische Fehler beträgt für die Photonenflüsse etwa 20 %, für die Dosis-Buildup-Faktoren etwa 10 %, falls die Radialentfernung kleiner als 2 mfp ist. Mit wachsender Entfernung nimmt der Fehler zu und erreicht einen Wert von etwa 30 % bis 40 % bei 10 mfp.

9.2.2 Energieverteilung und Dosisleistung einer radioaktiven Wolke über der Erdoberfläche

Die Energieverteilungen der Gammastrahlung radioaktiver Wolken in der Atmosphäre wurden durch Integration über Punktquellenspektren gewonnen. Wie in Abschnitt 9.1.3 werden ellipsoidförmige Wolken betrachtet. Die Ellipsoide sollen durch Rotation einer Ellipse um ihre große Halbachse A entstehen. A liegt nicht auf der ρ -Achse, sondern parallel zu ihr oberhalb der Ebene $z = 0$. Eine einfache Berechnung der Teilvolumina V_1 (siehe Abb. 2) ist nicht möglich. Deshalb wurden sie mit Hilfe eines Monte-Carlo-Verfahrens durch Auswahl von Zufallszahlen bestimmt.

In den Abb. 20 und 21 sind die Photonenspektren ellipsoidförmiger, radioaktiver Wolken dargestellt (siehe Skizze in den Abb. 22, 23). Die Entfernung des Wolkenmittelpunktes vom Aufpunkt (Detektor) beträgt 5 mfp. Das Volumen der Wolken ist jeweils gleich dem Volumen einer Kugel vom Radius 0,5 mfp. Die Koordinaten des Mittelpunktes der Wolke sind $\rho = 4,8$ mfp und $z = 1,4$ mfp (Abb. 20) bzw. $\rho = 4$ mfp und $z = 3$ mfp (Abb. 21), d.h. die Erhebungswinkel der Wolken über der Erde sind $\theta = 16^\circ$ (Abb. 20) bzw. $\theta = 37^\circ$ (Abb. 21). A ist die große Halbachse des Ellipsoids. Die dicken bzw. dünnen "durchgezogenen" Kurven stellen die Photonenspektren der Wolken im unendlich ausgedehnten Raum dar, wobei die Achse A auf der ρ -Achse (allgemeiner: auf der Verbindungsline Wolkenmittelpunkt-Detektor) bzw. parallel zu ihr liegt. Die gestrichelten Kurven bedeuten die Photonenspektren der Wolken bei Vorhandensein der Grenze Luft-Erde (= Totalabsorber).

Die Abb. 20 und 21 lassen folgendes erkennen: Eine Drehung der großen Halbachse des Ellipsoids aus der Richtung des Radiusvektors vom Wolkenmittelpunkt zum Detektor bewirkt in erster Linie eine Änderung des hochenergetischen Teils des Photonenspektrums. Dabei kann die Intensität zunehmen oder sich verringern; dies hängt von der Lage und der geometrischen Gestalt der Wolke ab. Der Totalabsorber bewirkt eine Intensitätsabnahme des gesamten Photonenspektrums, insbesondere aber dessen niederenergetischen Teils.

Aus den Energieverteilungen der ellipsoidförmigen radioaktiven Wolken über der Erde wurden nach Gleichung (9.1) die entsprechenden Dosisleistungen ermittelt. In den Abb. 22 und 23 sind die Dosisleistungen solcher Wolken in Abhängigkeit von der Länge der großen Halbachse des Ellipsoids aufgetragen, und zwar für verschiedene Erhebungswinkel θ der Wolken über der Ebene $z = 0$. Die Entfernung des Mittelpunktes der Wolke beträgt 2 mfp in Abb. 22, 5 mfp in Abb. 23. Die gestrichelten Kurven beziehen sich auf radioaktive Wolken im unendlich ausgedehnten Luftraum, die durchgezogenen Kurven auf Wolken über der Erde (= Totalabsorber). Das Volumen der Wolken, deren Dosisleistungen in den Abb. 22 und 23 dargestellt sind, ist gleich dem Volumen einer Kugel vom Radius $R = 0,5$ mfp.

Aus den Abb. 22 und 23 kann man folgendes entnehmen: Der Totalabsorber vermindert die Dosisleistung der radioaktiven Wolken wie zu erwarten, und zwar um so mehr, je größer der Erhebungswinkel θ und die große Halbachse der Wolken sind. Die Dosisleistung bei Vorhandensein eines Totalabsorbers im Halbraum $z < 0$ kann sich gegenüber derjenigen in einem unendlich ausgedehnten Luftraum um mehr als den Faktor 10 unterscheiden. Eine einfache, in allen Fällen gültige Aussage über die Differenz zwischen der Dosisleistung einer radioaktiven Wolke über der Erdoberfläche und der Dosisleistung der Wolke im unendlich ausgedehnten Luftraum läßt sich nicht machen. Dazu ist das Problem zu kompliziert.

Eine Abschätzung der Fehler ergab eine Genauigkeit innerhalb 20 % für die Werte der Dosisleistung. Der Fehler in den Photonenspektren ist etwa doppelt so groß.

9,3 Zusammengefaßtes Ergebnis

In der vorliegenden Arbeit wurden die Energieverteilungen und Dosisleistungen der Gammastrahlung radioaktiver Wolken durch Integration über Punktquellenspektren bestimmt. Dazu wurden mehrere Monte-Carlo-Programme in FORTRAN IV für die elektronische Rechenanlage IBM 7094 geschrieben. Alle Rech-

nungen wurden auf der Rechenanlage des Deutschen Rechenzentrums in Darmstadt durchgeführt. Zur Vereinfachung wurde das Problem einmal für ein unendlich ausgedehntes Luft- bzw. Wasservolumen, zum anderen für zwei Halbräume aus Luft bzw. aus Erdboden der Dichte von Normalbeton behandelt. Die Ergebnisse zeigen:

1. Die Berechnung der Energieverteilungen radioaktiver Wolken in einem unendlich ausgedehnten Medium ist relativ einfach. Es lassen sich allgemeine Aussagen gewinnen. Z.B. steigt die Dosisleistung kugelförmiger Wolken mit gleicher Gesamtaktivität mit zunehmender Wolkengröße und nimmt mit der Entfernung zum Beobachtungsort ab. Die Dosisleistung nimmt um einen Faktor von etwa 10 zu, wenn sich der Durchmesser der Wolke verdoppelt.
2. Ähnliche Verhältnisse liegen bei Wolken vor, die durch Rotation einer Ellipse entstehen, deren große Halbachse als Rotationsachse in Richtung des Radiusvektors (vom Detektor aus) zeigt. Variation der großen Halbachse verursacht analoge, jedoch stärkere Änderungen als bei Kugelwolken.
3. Bei Berücksichtigung des Erdbodens als Grenze zum Luftraum werden die Verhältnisse unübersichtlich. Eine allgemeine Aussage läßt sich nur schwer gewinnen. Z.B. kann eine Drehung der großen Achse ebenso wie eine Ausdehnung der Wolke eine Zu- oder Abnahme der Dosisleistung verursachen. Doch nimmt die Dosisleistung im allgemeinen mit wachsendem Erhebungswinkel der Wolke über der Erde ab.
4. Einige der berechneten Energiespektren, Dosisleistungen und Buildup-Faktoren der isotropen Punktquelle im unendlich ausgedehnten Luftraum können mit den Angaben anderer Autoren verglichen werden, ebenso wie einige Werte der Grenzkorrekturfaktoren. Es ergibt sich in allen Fällen gute Übereinstimmung. Für die Energiespektren der isotropen Punktquelle oberhalb der Grenzebene Luft-Erde

sowie für die Energiespektren und Dosisleistungen der räumlich ausgedehnten Gamma-Strahlungsquellen im unendlich ausgedehnten Luftraum bzw. in der Luft über der Erdoberfläche liegen in der Literatur keine Vergleichswerte vor.

5. Alle angegebenen Werte der Dosisleistungen, Buildup-Faktoren usw. beziehen sich auf eine Primärenergie der Gammastrahlung von 1,5 MeV. Sie wurden auf eine Energie von 1 MeV normiert, da eine Änderung der Primärenergie in weiten Grenzen die Verhältnisse nicht grundsätzlich ändert.
6. Die Ergebnisse lassen sich auf die Berechnung der Strahlenbelastung der Bevölkerung durch die Gammastrahlung radioaktiver Wolken anwenden. Es zeigte sich, daß die Rechnungen anderer Autoren, die auf starken Vereinfachungen des Problems beruhen, nur ungenaue Werte für die Dosisleistungen radioaktiver Wolken liefern. Andererseits sind die vorliegenden genaueren Rechnungen naturgemäß mit großem Aufwand verbunden.

Herrn Professor Dr. E. Schopper, dem Direktor
des Instituts für Kernphysik, Frankfurt am Main,
danke ich sehr für die Arbeitsmöglichkeit im
Institut und für die Förderung dieser Arbeit.

Herrn Dr. A. Wensel bin ich für die Anregung
und Betreuung dieser Arbeit zu Dank verpflichtet.

Herrn R. Bernard und Herrn Dipl.-Phys. S. Wittig
danke ich für viele anregende Diskussionen.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft bin ich
für ihre finanzielle Unterstützung sehr dankbar.

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s
=====

- (1) Duncan, D.S., 1959: CLOUD- An IBM-709 Program for Computing Gamma-Ray Dose Rate from a Radioactive Cloud. NASA-SR-Memo-4822
- (2) Kenfield, G.P., Lahs, W.R., Sayer, W.B., MacAdams, R.M., Harris, N.A., 1965: CURIE-DOSE-THUNDERHEAD- A Digital Computer Program for External and Internal Radiation Dose Calculations. NAA-SR-8884
- (3) Holland, J.Z., 1956: Radiation from Clouds of Reactor Debris, Proceedings of the International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Volume 13, pp. 110-118
- (4) Fano, U., Spencer, L.V., Berger, M.J., 1959: Penetration and Diffusion of X-Rays. Handbuch der Physik XXXVIII/2, 660
- (5) Goldstein, H., Wilkins, J.E., 1954: Calculations of the Penetration of Gamma-Rays. NYO-3075
- (6) Hubbell, J.H., Spencer, L.V., 1964: Shielding Against Gamma Rays, Neutrons, and Electrons from Nuclear Weapons. A Review and Bibliography. NBS Monograph 69
- (7) Meyer, H.A. ed., 1956: Symposium on Monte Carlo Methods. John Wiley & Sons, Inc.
- (8) Grodstein, W., 1957: X-ray Attenuation Coefficients from 10 keV to 100 MeV. NBS Circular 583 and Supplement 1959 (McGinnies)
- (9) Nelms, A.T., 1953: Graphs of the Compton Energy-Angle-Relationship and the Klein-Nishina Formula from 10 keV to 500 MeV. NBS Circular 542
- (10) Fessler, E., Wohl, M.L., 1961: Monte Carlo Studies of Gamma-Ray and Neutron Transport in Infinite Homogeneous Media. NASA Technical Note D-850
- (11) Berger, M.J., Raso, D.J., 1960: Monte Carlo Calculations of Gamma-Ray Backscattering. Radiation Research 12, 20-37

- (12) Kahn, H., 1949: Stochastic (Monte Carlo) Attenuation Analysis. AD-603830
- (13) Schmidt, A., 1965: Bestimmung der Energieverteilung vielfachgestreuter Gamma-Strahlung in Wasser. IKF-D-54 (Diplomarbeit)
- (14) Goldstein, H., 1958: Fundamental Aspects of Reactor-Shielding, Addison-Wesley Publ. Co., Reading, Mass.
- (15) Taylor, J.J., 1954: Application of Gamma Ray Buildup Data to Shield Design, WAPD-RM-217
- (16) Price, B.T., Horton, C.C., Spinney, K.T., 1957: Radiation Shielding. Pergamon Press, New York
- (17) Buscaglione, S., Manzini, R., 1965: Sui Fattori Di Accumulazione: Coefficienti Della Formula Di J.J. Taylor. RT/FI (65) 7
- (18) Capo, M.A., 1958: Polynomial Approximation of Gamma Ray Buildup Factors for a Point Isotropic Source. APEX-510
- (19) Chilton, A.B., 1964: Backscattering for Gamma Rays from a Point Source Near a Concrete Plane Surface. American Nuclear Society 1964 Winter Meeting, San Francisco, California. CONF-219-111
- (20) Berger, M.J., 1957: Calculation of Energy Dissipation by Gamma Radiation near the Interface between Two Media. J. Appl. Phys. 28, 1502-1508
- (21) O'Brien, K., McLaughlin, J.E., 1965: The Boundary Effect on Gamma-Ray Transport from a Point Source. HASL-157
- (22) Marcum, J.I., 1962: Comparison of Monte Carlo Calculations with Experimental Results for the Propagation of Gamma Rays near an Air-Ground Interface. Memorandum RM-3399-PR (AD-293 864)

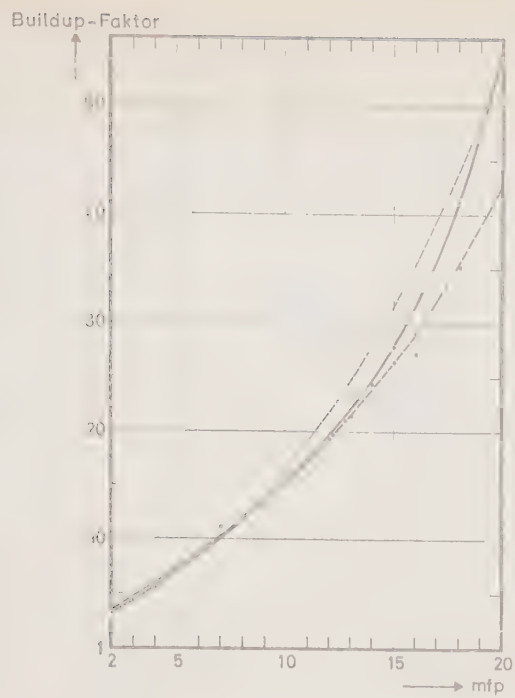


Abb. 1a Dosis-Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle in Abhängigkeit von der mittleren freien Weglänge (mfp), Medium: Wasser; Energie: $E_0 = 1,5 \text{ MeV}$,
 Monte-Carlo-Werte, ----- $B_T(E_0, \mu_0 r)$,
 ————— $B_E(E_0, \mu_0 r)$, ———— $B_C(E_0, \mu_0 r)$.
 (1 mfp in Wasser entspricht 17,5 cm)

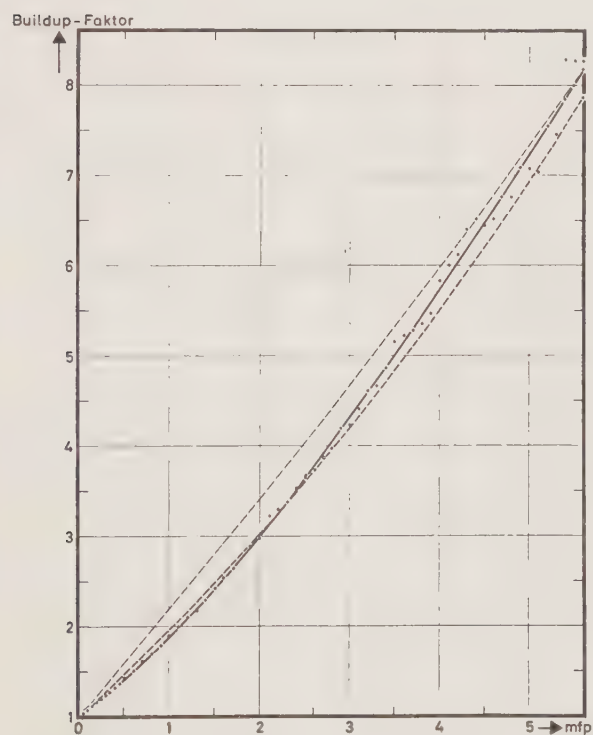


Abb. 1b Dosis-Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle (Erläuterungen siehe Abb. 1a)

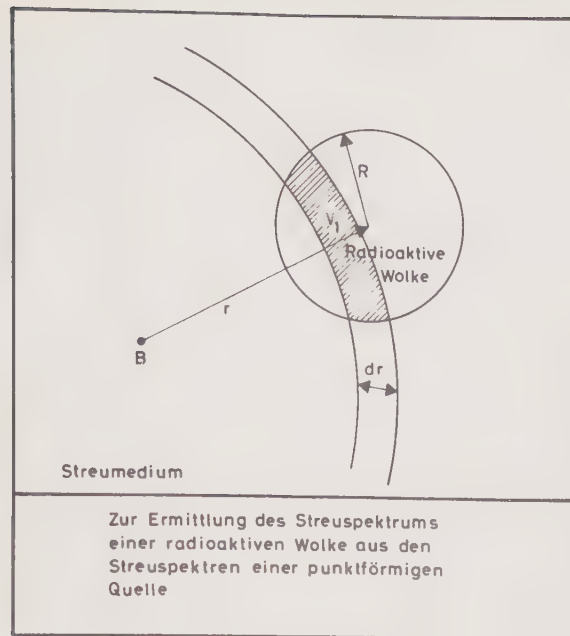


Abb. 2

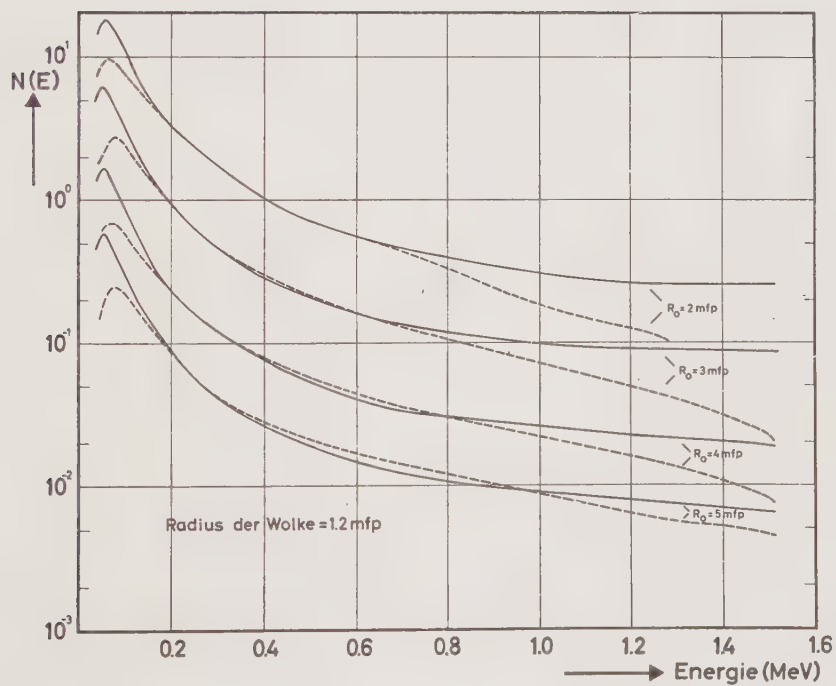


Abb. 3 Photonenspektren einer radioaktiven Wolke für verschiedene Entfernungen R_0 .
 ----- Messung, ——— Monte-Carlo-Daten
 (1 mfp in Wasser entspricht 17,5 cm)

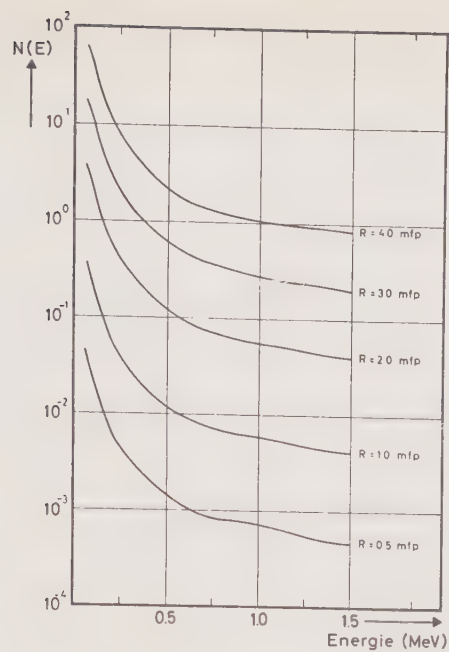


Abb. 4 Photonenspektren kugelförmiger radioaktiver Wolken in einer Entfernung von 5 mfp für verschiedene Radien R

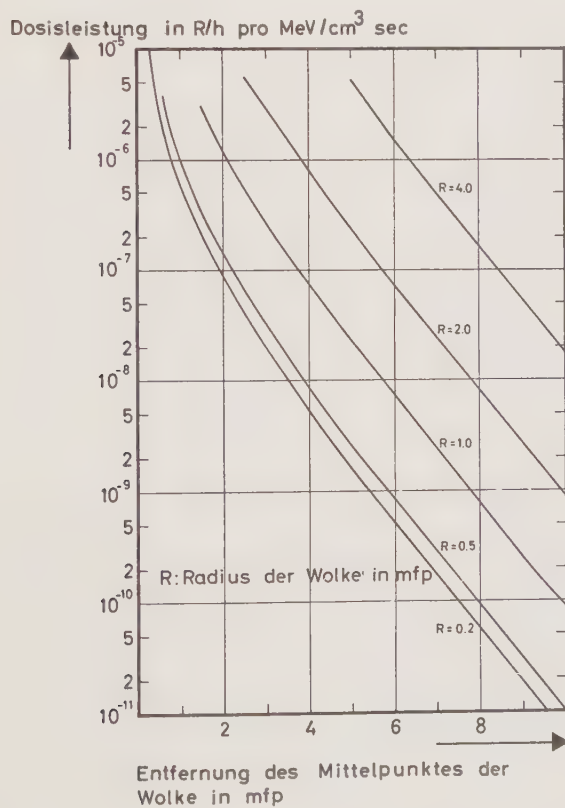


Abb. 5 Dosisleistung einer radioaktiven Kugelwolke als Funktion der Entfernung ihres Mittelpunktes vom Aufpunkt

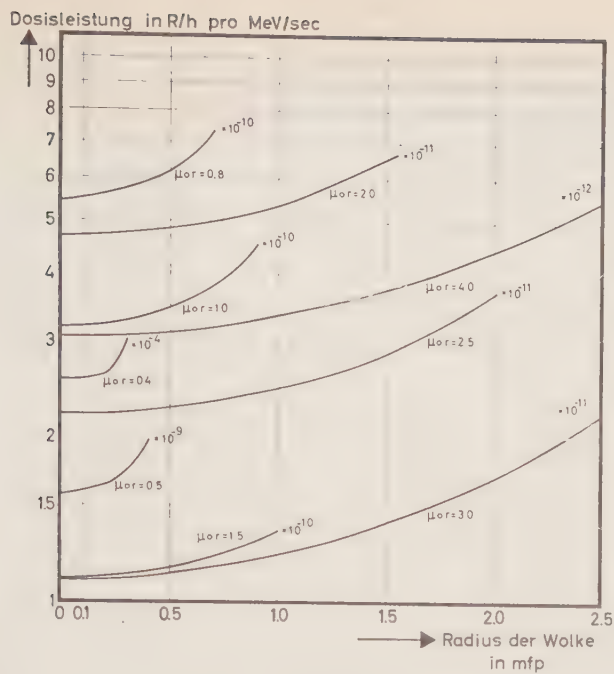


Abb. 6 Dosisleistungen radioaktiver Wolken gleicher Gesamtaktivität als Funktion ihres Radius für verschiedene Entfernungen

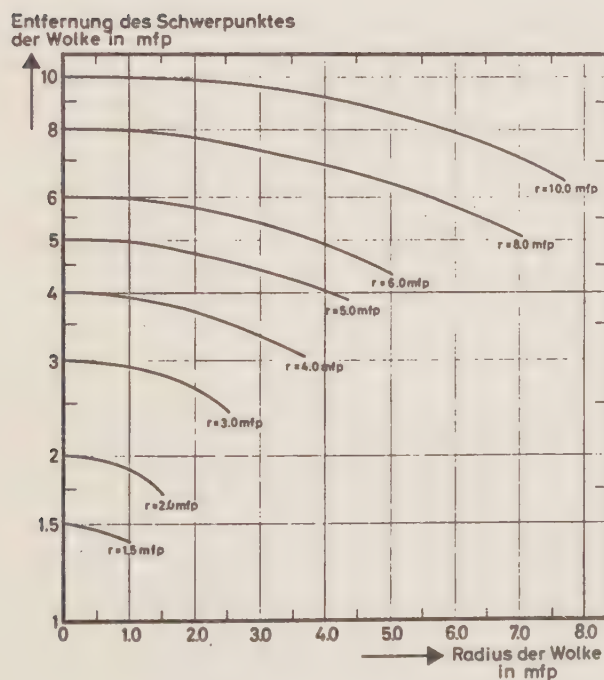
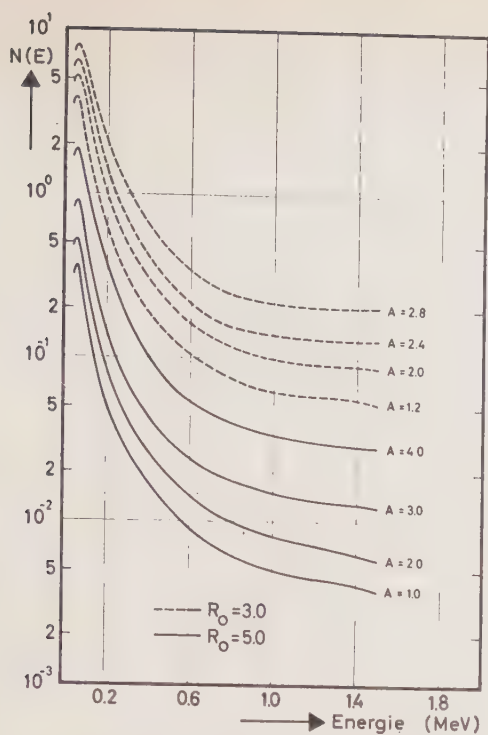
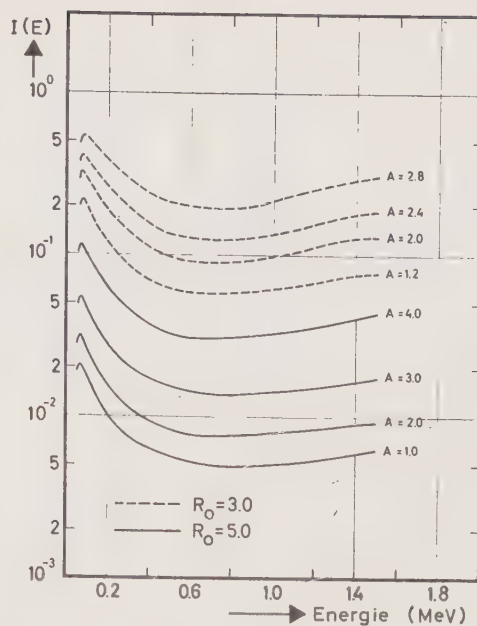


Abb. 7 Entfernung des Schwerpunktes kugelförmiger radioaktiver Wolken gleicher Gesamtaktivität in Abhängigkeit vom Radius

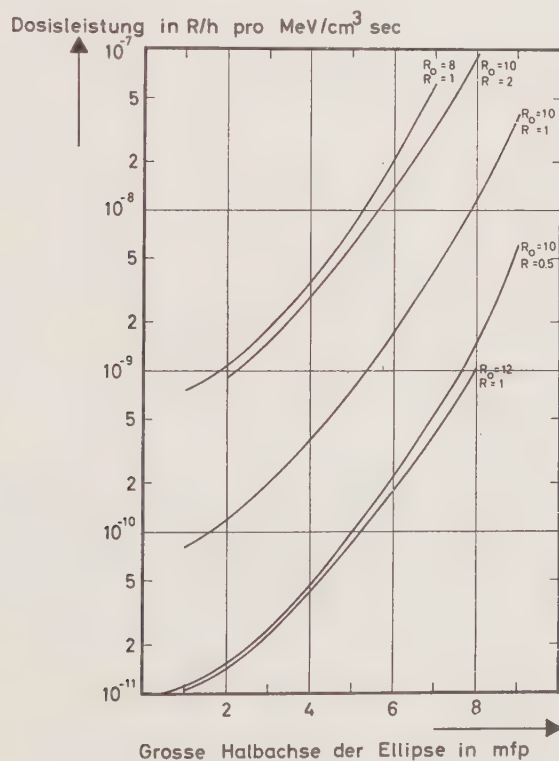


R_0 = Entfernung des Mittelpunktes der Ellipse in mfp
 A = grosse Halbachse der Ellipse in mfp



R_0 = Entfernung des Mittelpunktes der Ellipse in mfp
 A = grosse Halbachse der Ellipse in mfp

Abb. 8 und 9 Photonenspektren bzw. Energieverteilungen ellipsoidförmiger radioaktiver Wolken konstanten Volumens für verschiedene Werte der grossen Halbachse A



R_0 : Entfernung des Mittelpunktes der Ellipse in mfp
 R : Radius der volumengleichen Kugel in mfp

Abb. 10 Dosisleistungen ellipsoidförmiger radioaktiver Wolken konstanten Volumens in Abhängigkeit von der Länge der grossen Halbachse

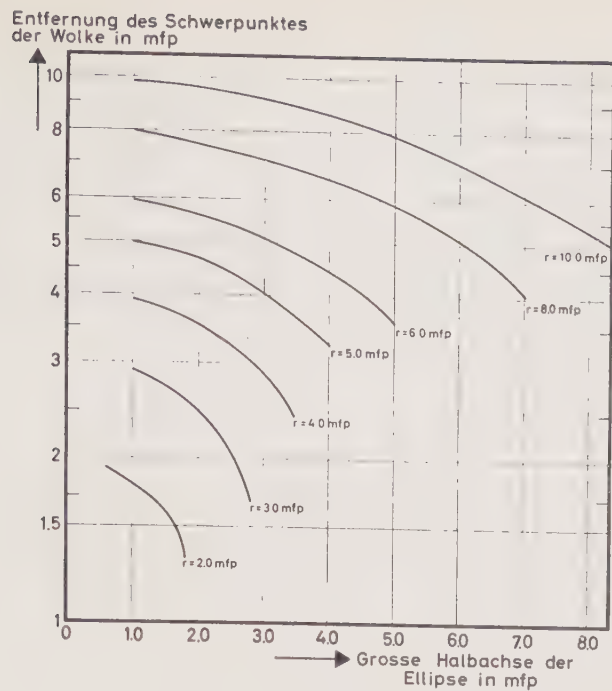
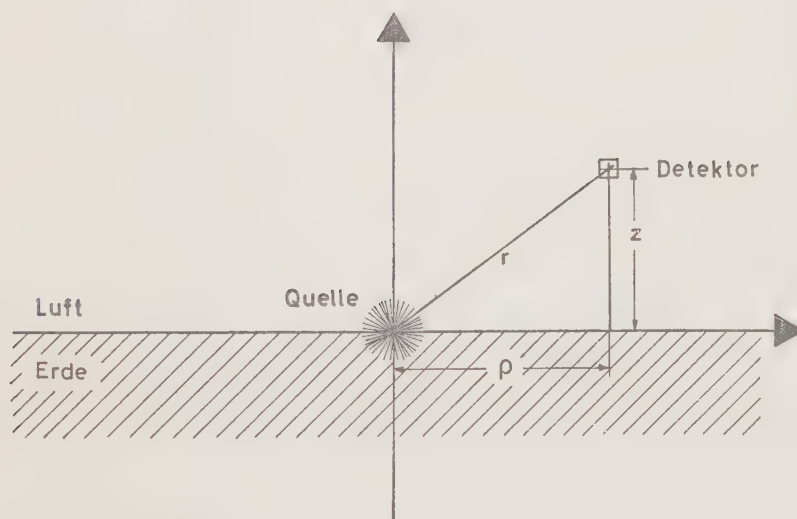


Abb. 11 Entfernung des Schwerpunktes ellipsoidförmiger radioaktiver Wolken konstanten Volumens in Abhängigkeit von der Länge der großen Halbachse



Skizze der betrachteten Geometrie

Abb. 12

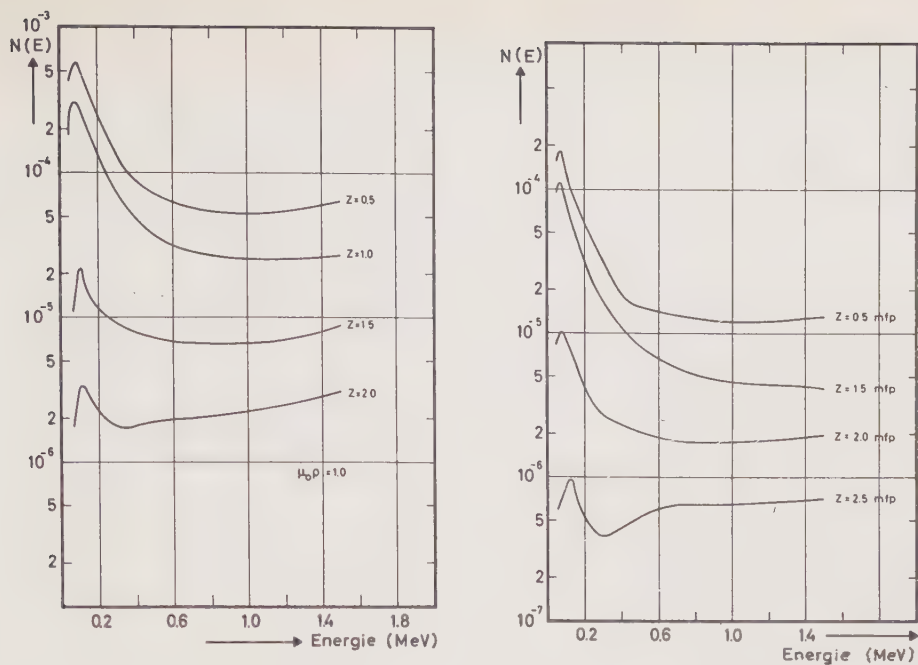


Abb.13a und 13b Photonenspektren einer isotropen Punktquelle auf der Grenzebene Luft-Erde (Totalabsorber), Horizontalentfernung des Detektors: 1 mfp in Abb.13a und 1,5 mfp in Abb.13b, z: Höhe des Detektors über der Grenzebene

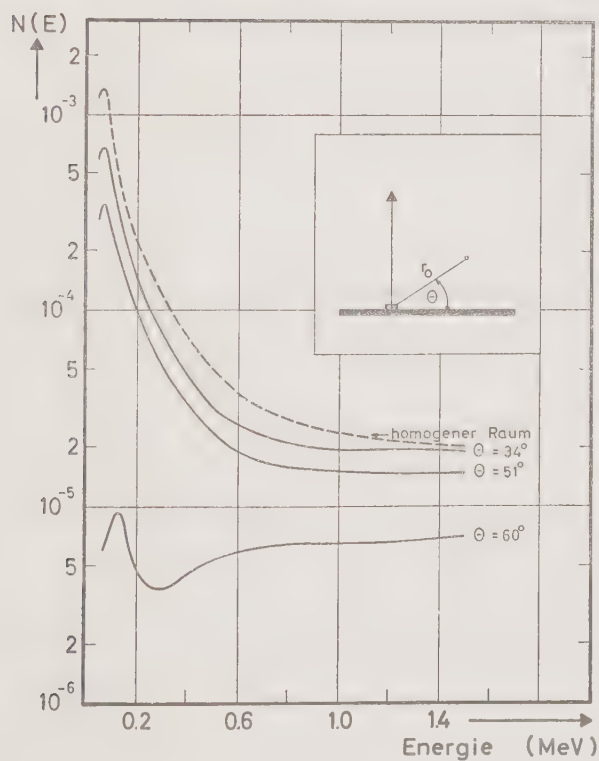


Abb. 14 Photonenspektren einer isotropen Punktquelle auf der Grenzebene Luft-Totalabsorber für verschiedene Erhebungswinkel des Detektors. Radialentfernung: 3 mfp

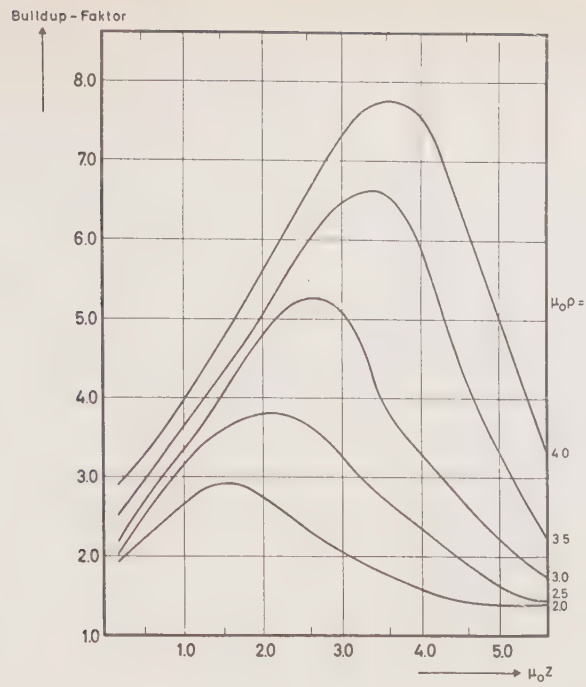


Abb. 15 Dosis-Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle als Funktion der Höhe z über der Grenzebene Luft-Totalabsorber für verschiedene Horizontalentfernungen ρ

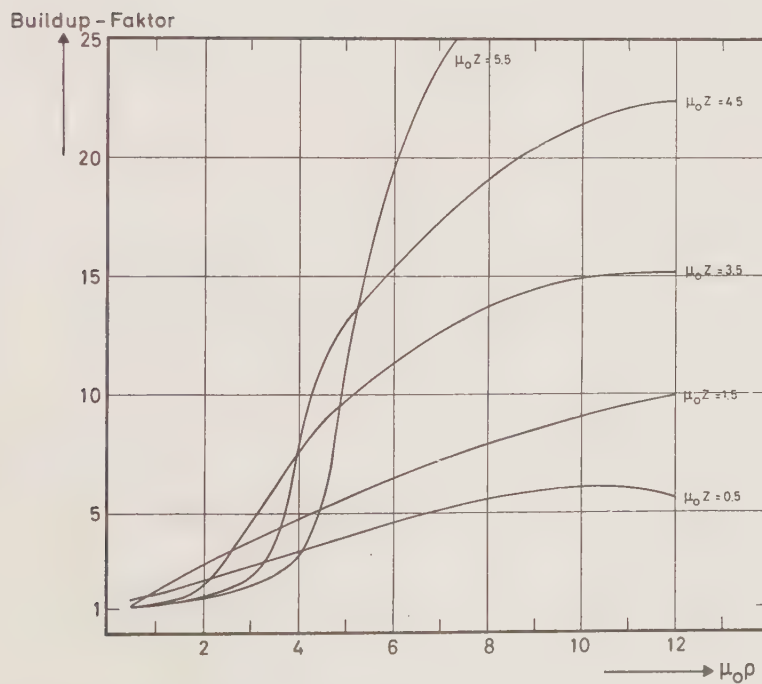


Abb. 16 Dosis-Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle als Funktion der Horizontalentfernung ρ für verschiedene Höhen z über der Grenzebene Luft-Totalabsorber

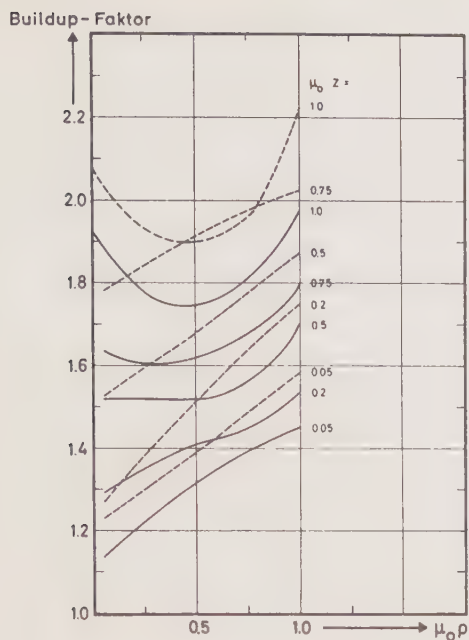


Abb. 17

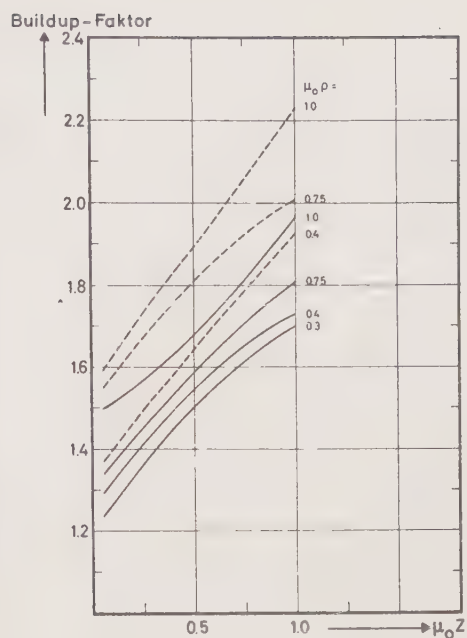


Abb. 18

Abb. 17 Dosis-Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle auf der Grenzebene Luft-Totalabsorber (—) bzw. Luft-Erde (----) in Abhängigkeit von der Horizontalentfernung ρ für verschiedene Höhen z

Abb. 18 Dosis-Buildup-Faktor einer isotropen Punktquelle auf der Grenzebene Luft-Totalabsorber (—) bzw. Luft-Erde (----) in Abhängigkeit von der Höhe z für verschiedene Horizontalentfernungen ρ

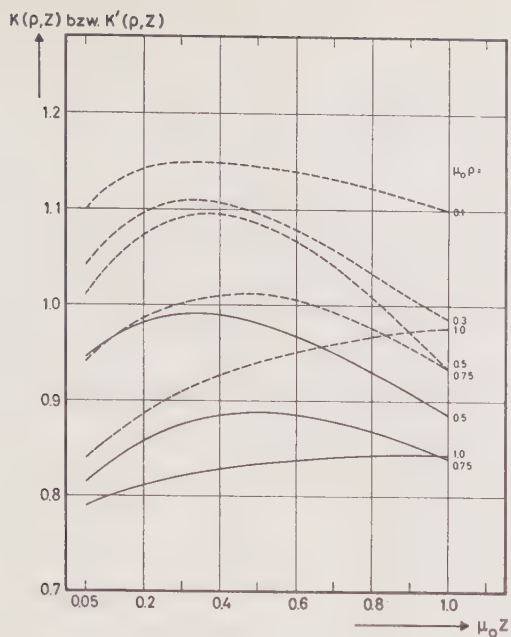


Abb. 19

Grenzkonnexionsfaktoren

K (-----) bzw. K' (—)

als Funktionen der Höhe z

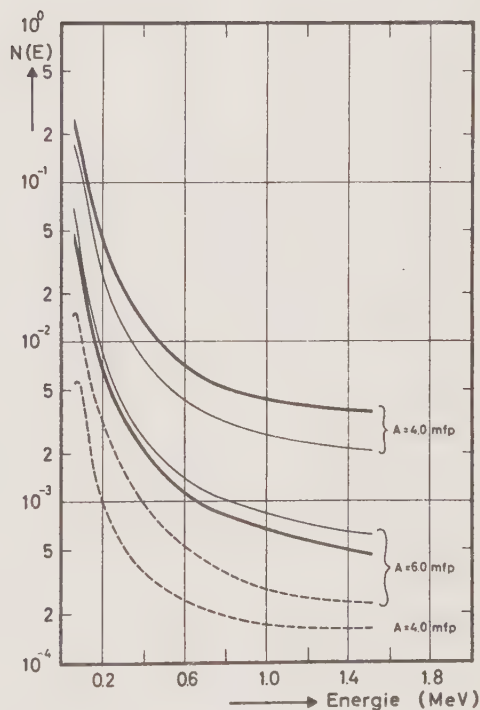
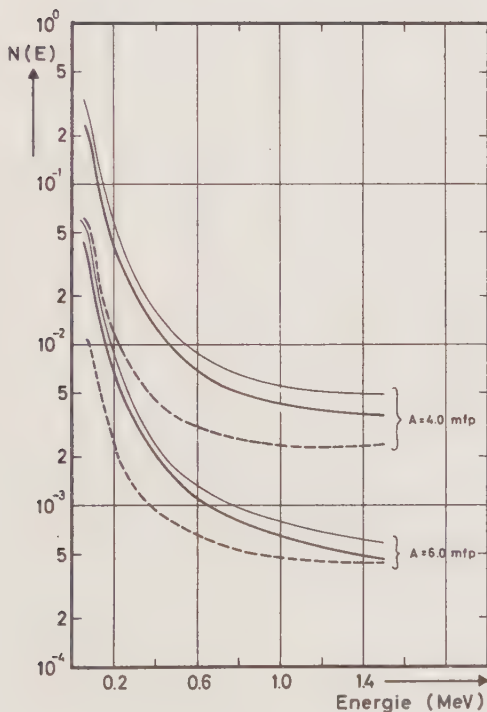


Abb. 20 und 21

Photonenspektren ellipsoidförmiger radioaktiver Wolken. A = große Halbachse des Ellipsoids — bzw. —: Wolken im unendlich ausgedehnten Luftraum, A auf der ρ -Achse bzw. parallel zur ρ -Achse. -----: Wolken über der Erdoberfläche, A parallel zur ρ -Achse. Erhebungswinkel: 16° in Abb. 20 und 37° in Abb. 21

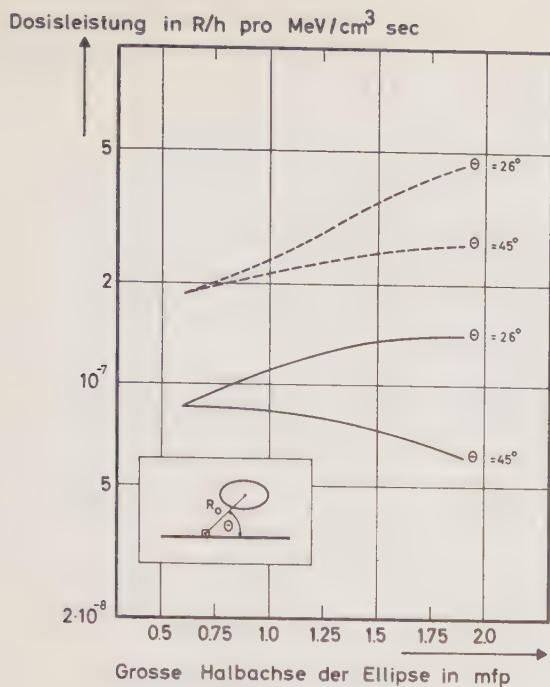


Abb. 22

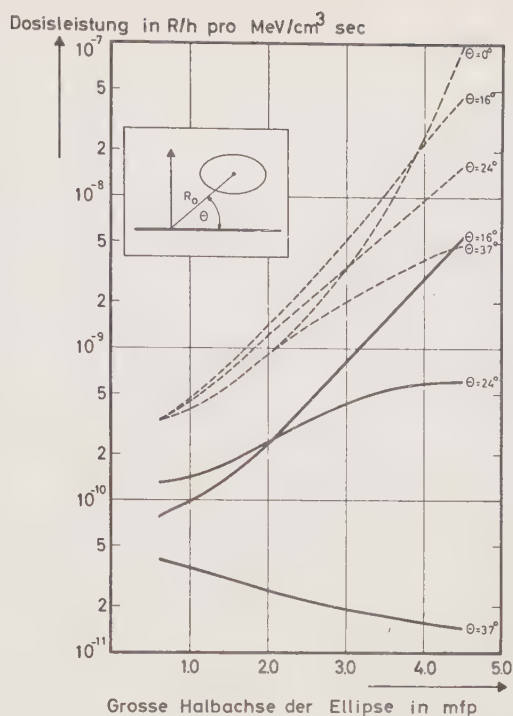


Abb. 23

Abb. 22 und 23 Dosisleistungen ellipsoidförmiger radioaktiver Wolken in Abhängigkeit von der Länge der grossen Halbachse des Ellipsoids für verschiedene Erhebungswinkel

- Wolken im unendlich ausgedehnten Luftraum
- Wolken über der Erde (= Totalabsorber)

Die Entfernung des Mittelpunktes der Wolken beträgt 2 mfp in Abb. 22 und 5 mfp in Abb. 23

Lebenslauf

Am 28. April 1938 wurde ich als Sohn des Winzers Anton Schmidt und seiner Ehefrau Anna, geb. François, in Kiedrich (Rheingau) geboren. Nach dem Besuch der Kiedricher Volksschule vom Herbst 1944 bis Ostern 1951 trat ich in die Quinta des humanistischen Zweiges des Staatlichen Gymnasiums und Realgymnasiums, der späteren Dilthey-Schule, in Wiesbaden ein. Dort legte ich am 26. Februar 1959 die Reifeprüfung ab.

Am 20. April 1959 immatrikulierte ich an der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt/Main für die Fachrichtung Physik. Von März 1963 bis Ende 1964 fertigte ich im Institut für Kernphysik, das unter der Leitung von Herrn Professor Dr. E. Schopper steht, meine Diplomarbeit mit dem Thema: "Bestimmung der Energieverteilung vielfachgestreuter Gamma-Strahlung in Wasser" an. Mein Studium schloß ich am 28. Mai 1965 mit der Diplom-Hauptprüfung an der Universität Frankfurt/Main ab.

Die vorliegende Doktorarbeit entstand in der Zeit vom Sommer 1965 bis Frühjahr 1968 am Institut für Kernphysik der Universität Frankfurt/Main.

Meine akademischen Lehrer waren:

R. Baer, F. Beck, M. Czerny, H. Dänzer, N. Fiebiger,
R. Moufang, P. Royen, E. Schopper, H. Steinwedel,
G. Süßmann

